



Lantmäteriet
Lantmäteriverket - National Land Survey
S - 801 12 GÄVLE · SWEDEN

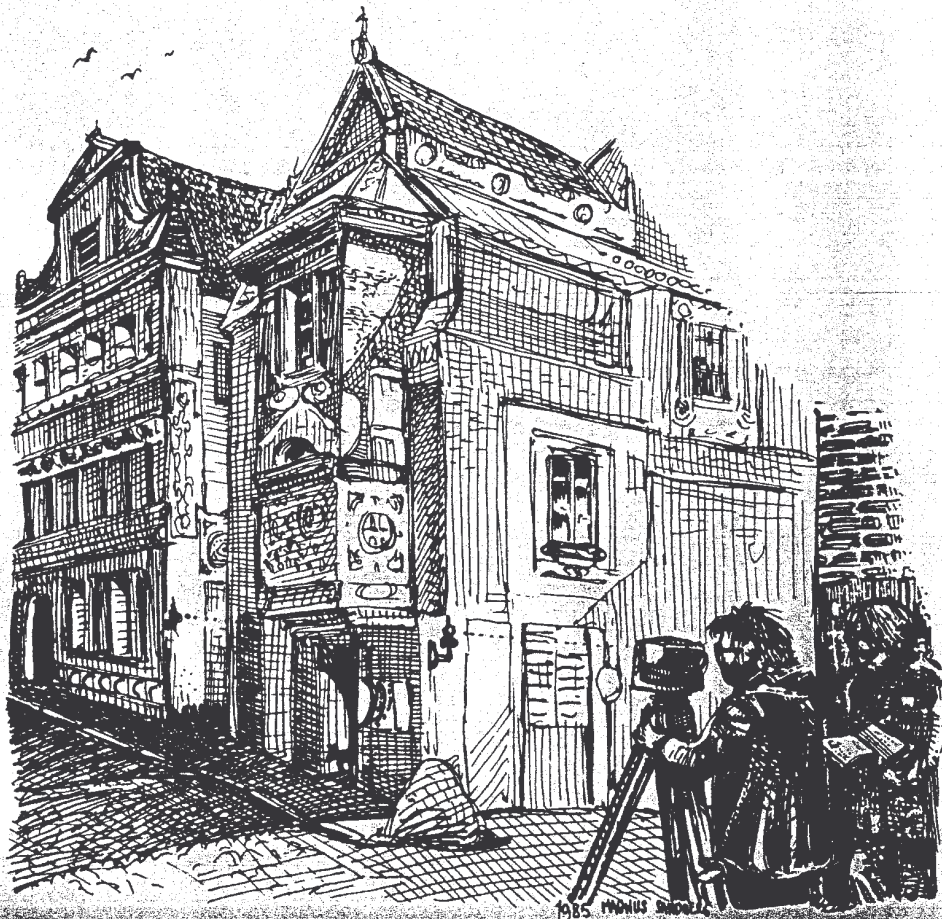
Tekniska skrifter - Professional Papers

LMV-RAPPORT 1986:15

ISSN 0280-5731

En ny metod för beräkning och kontroll av fri instrumentuppställning

av Thomas Lithén



Gävle 1986

Förteckning över utgivna rapporter 1986

Rapport	Titel	Upphovsman
1986:1	SUKK - A Computer Program for Graphic Presentation of Precision and Reliability of Horizontal Geodetic Networks	C-G Persson
1986:2	Swedish Experience of Wall-Mounted Targets	C-G Persson
1986:3	Datorstöd vid terrängåtergivning	Christian Elvhage
1986:4	A Reinvestigation of the World's Second Longest Series of Sea Level Observations: Stockholm 1774 - 1984	Martin Ekman
1986:5	Kartsymboler för turism, sport friluftsliv	M-L Lundgren
1986:6	Apparent Land Uplift at 20 Sea Level Stations in Sweden 1895-1984	Martin Ekman
1986:7	Nivellement Indirect Motorise (MTL) & Technique Motorisée XYZ (MXYZ) en Suède	Jean-Marie Becker Thomas Lithén
1986:8	Motorized Trigonometric Levelling (MTL) & Motorized XYZ Technique (MXYZ) in Sweden	Jean-Marie Becker Thomas Lithén
1986:9	Plana stornät - checklista för planering och genomförande av stommättningsprojekt	Bengt Andersson m fl
1986:10	Ersättning för trafikkommissioner. En redovisning av rättstillämpningen	Erik Åsbrink
1986:11	Icke-monetära nyttors betydelse för innehav av skog och skogsmark	Thomas Lindeborg
1986:12	Förslag till ny svensk nationalatlas	LMV, SSAG och SCB
1986:13	Program för forskning och utveckling inom området Landskapsinformation	Arbetsgruppen för landskapsinformation
1986:14	Kartplan 1986	M-L Lundgren

Titel

EN NY METOD FÖR BERÄKNING OCH KONTROLL AV FRI
INSTRUMENTUPPSTÄLLNING

Huvudinnehåll

I artikeln presenteras beräkning och statistisk felsökning av fri uppställning med hjälp av 3-parameter koordinattransformation. Ett beräkningsprogram baserat på denna metod ryms i en avancerad miniräknare eller i en fältdator, vilket gör metoden lämplig att använda för beräkning i fält. I slutet av artikeln jämförs metoden med andra metoder för beräkning av fri uppställning vad gäller felkontroll och krav på datorkapacitet.

Thomas Lithén
PG - Produktionsavdelningen
Geodetiska enheten

LDOK

Kg Mätningsteknik

Beställs hos

Lantmäteriverket
Blankettförrådet
801 12 GÄVLE

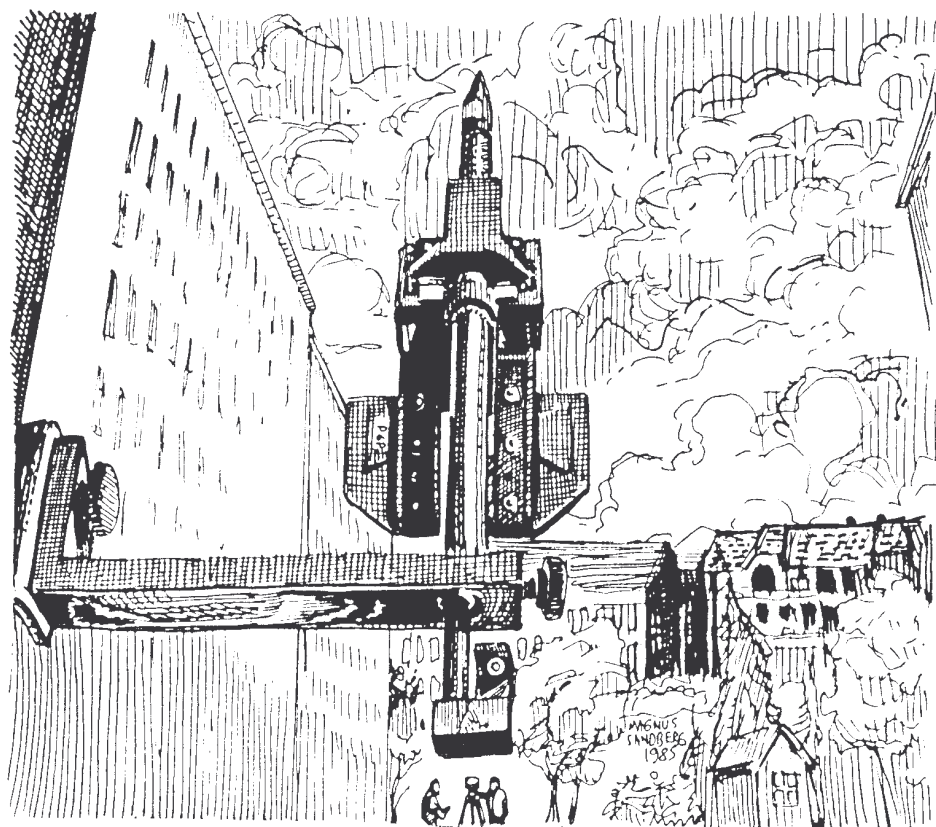
Liber Förlag



EN NY METOD FÖR BERÄKNING OCH KONTROLL AV FRI INSTRUMENTUPPSTÄLLNING

Thomas Lithén
Lantmäteriverket i Gävle

I följande artikel presenteras beräkning och statistisk felsökning av fri uppställning med hjälp av 3-parameter koordinattransformationsprogram. Ett beräkningsprogram baserat på denna metod ryms i en avancerad miniräknare eller i en fältdator, vilket gör metoden lämplig att använda för beräkning i fält. I slutet av artikeln jämförs metoden med andra metoder för beräkning av fri uppställning vad gäller felkontroll och krav på datorkapacitet.



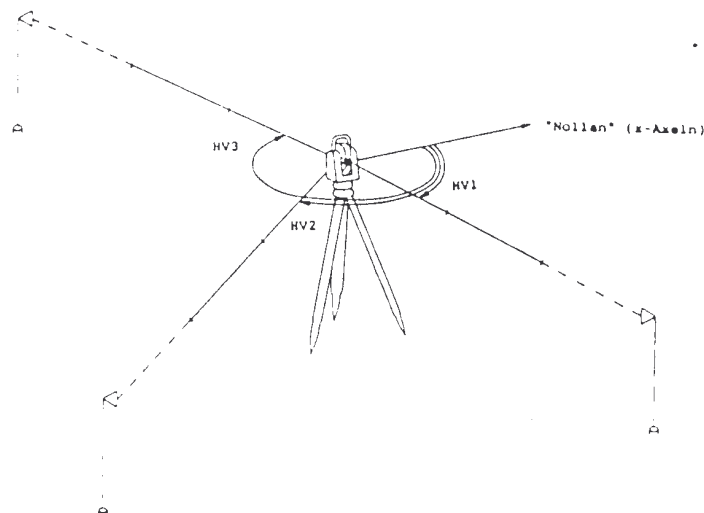
Figur 1 Mätning mot väggmarkerad stompunkt

Bakgrund

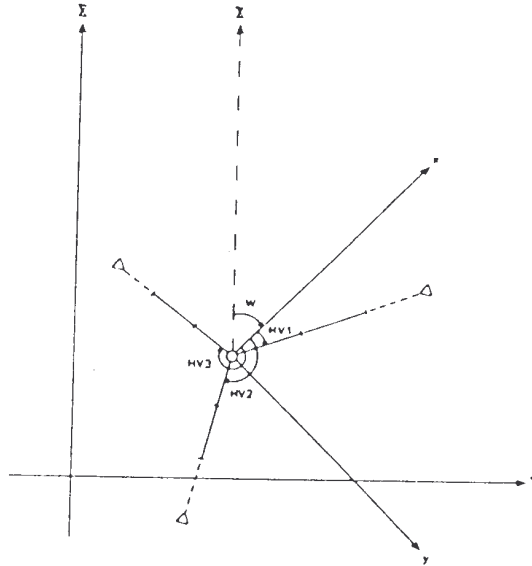
Vid s k fri uppställning beräknas stationspunktens koordinater med hjälp av mätta längder och/eller riktningar mot koordinatkända stompunkter. Metoden används allt oftare som ett första steg vid inmätning eller utsättning, då den ger större valmöjligheter att förlägga stationspunkten till det bästa läget för fortsatta mätningar. Nu börjar det också anläggas stomnät som till sin utformning - med väggmarkerade punkter och högpunkter - endast kan utnyttjas med fri uppställning. För bästa utnyttjande av fri uppställning bör beräkning och felkontroll ske i fält. [4,8]

Metod

För att kunna använda koordinattransformation vid fri uppställning måste både längder och riktningar mätas mot samtliga yttre objekt. Mätta längder och riktningar används till att beräkna koordinater för de yttre objekten i ett lokalt koordinatsystem med stationen som origo och teodolitens "nolla" som x-axel (se figur 2). Det lokala koordinatsystemet transformeras därefter på det geodetiska stomnätet och med de erhållna transformationsparametrarna kan slutligen stationspunktens koordinater beräknas. (Se figur 3.)



Figur 2 Det lokala koordinatsystemet (x,y)



Figur 3 Det lokala koordinatsystemet (x, y) transformeras på det geodetiska koordinatsystemet (X, Y) .

Vid överbestämning beräknas transformationsparametrarna med utjämning enligt minsta kvadratmetoden. Vid minst 3 st överbestämningar kan denna metod kompletteras med en statistisk felkontroll som sker punktvis [3,5]. Felkontrollen redovisar om någon av punkternas förbättringar avviker från de övriga med hänsyn tagen till mätgeometrin, dvs det är inte säkert att punkten med de största förbättringarna är den som är fel. Vid kontrollen uppskattas också felets storlek längs och tvärs mätriktningen.

Det finns ett flertal transformationstyper som kan användas vid beräkningen, t ex 3-parametertransformation, Helmerttransformation eller affintransformation. Det visar sig dock att 3-parametertransformation (även kallad kongruent transformation eller Helmerttransformation utan skalfaktor [2]) passar bäst för fri uppställning på grund av följande skäl:

- * 3-parametertransformation innehåller minst antal transformationsparametrar (3 st: 2 translationer och 1 vridning). Det ger fler överbestämningar och möjlighet till statistisk felsökning redan vid 3 yttre objekt.
- * Grova fel kan maskeras av transformationsparametrar såsom skalfaktorer och icke rätvinklighet eftersom de fåtal överbestämningar, som det i regel rör sig om vid fri uppställning, leder till osäkerhet i bestämning av dessa parametrar.

Program FRI3

Fri uppställning med 3-parametertransformation

INDATA:

PNR	X	Y	HV	VV	LL
331	113114.144	106411.101	0.0000	100.0000	52.714
654	113227.223	106387.092	103.5430	100.0000	99.991
943	113211.731	106480.820	176.1722	100.0000	69.324
719	113116.040	106472.571	309.3912	100.0000	40.374

NYPUNKT:

X	Y
113149.588	106450.110

F= 11.9 SO= 0.005

PNR	T	DL	DT
331	3.4	0.010	0.004
654	0.1	-0.002	-0.003
943	2.5	0.010	0.001
719	0.1	0.002	-0.003

Figur 4

Ett beräkningsexempel (figur 4)

Figuren visar ett exempel på utskrift från datorprogrammet FRI3. Under rubriken "INDATA:" redovisas indata till beräkning:

- * X,Y de yttre objektens koordinater
- * HV mätt riktning mot yttre objekt
- * VV mätt vertikalvinkel mot yttre objekt
- * LL mätt lutande längd mot yttre objekt
(i det här fallet används horisontell längd då VV=100)

Under rubriken "NYPUNKT:" redovisas beräkningsresultatet:

- * X,Y är nypunktens koordinater.
- * SO är grundmedelfelet beräknat med förbättringarna för varje koordinat. Grundmedelfelet ger här en ungefärlig uppskattning av totaleffekten av mät-, centrerings- och koordinatmedelfelen för varje observation i utjämningen (sort: meter).
- * F är det kritiska värde som storheten T inte bör överskrida (i så fall föreligger en indikation på grovt fel). F beräknas ur en sluten formel för en F-fördelning på 15% risknivå - med hänsyn tagen till antal yttre objekt. [3]

- * T är en F-fördelad storhet som beräknas med SO, förbättringarna och (I-A⁰)-elementen punktvis [5,7]. T ger ett testvärde som testats mot F (se ovan).
- * DL, DT uppskattar ett fels storlek i längdmått - längs respektive tvärs mätriktningen. Felets storlek beräknas, med förbättringarna och (I-A⁰)-elementen, i koordinataxlarnas riktning [5] och transformeras sedan till DL och DT (sort: meter).

Observera att förbättringarna inte redovisas då dessa kan ge felaktig information om var fel ligger. Förbättringarna används endast indirekt för beräkning av SO, T, DL och DT.

Tolkning av resultat görs med hjälp av SO, T, F, DL och DT i följande steg.

Kontrollera T gentemot F:

- * Om $T < F$ ger feltesten ej utslag. Då kontrolleras att SO ej överskrider sitt à priorivärde med mer än ca 60%. À priorivärdet är här ett erfarenhetstal som bestäms för SO i användarens mätmiljö. (Vid provanvändning av program FRI3 i väggnät erhöles ett à priorivärde på ca 5 mm, dvs SO bör då ej överskrida ca 8 mm.)
 - Om $SO < 1.6$ ggr à priorivärdet så är beräkningen OK.
 - Om $SO > 1.6$ ggr à priorivärdet så föreligger misstanke om något fel. Det kan t ex vara flera fel samtidigt eller ett fel som ej kan detekteras pga dålig mätgeometri.
- * Om $T > F$ så föreligger misstanke om grovt fel (i mätningarna eller i koordinaterna för den punkt som får störst utslag i T):
 - Om SO är lika med eller större än à priorivärdet så föreligger en stark indikation på grovt fel. Då används DL och DT för att tolka felets art:
 - . Om felet enbart visas i DL är det antagligen fel i längdmätningen.
 - . Om felet enbart visas i DT är det antagligen fel i riktningsmätningen.

- . Om felet visas i både DL och DT är det antagligen fel i koordinaterna, men givetvis påverkar ett koordinatfel i enbart mätriktning DL och ett koordinatfel i enbart tvärs mätriktning DT, så resultatet är inte helt entydigt.
- Om SO underskrider à priorivärdet används DL och DT till att avgöra om felets storlek är signifikant och bör åtgärdas eller om beräkningen kan godkännas.

OBSERVERA ATT

- DL och DT enbart skall användas för tolkning av fel då $T > F$ och då för den punkt som ger störst utslag i T.

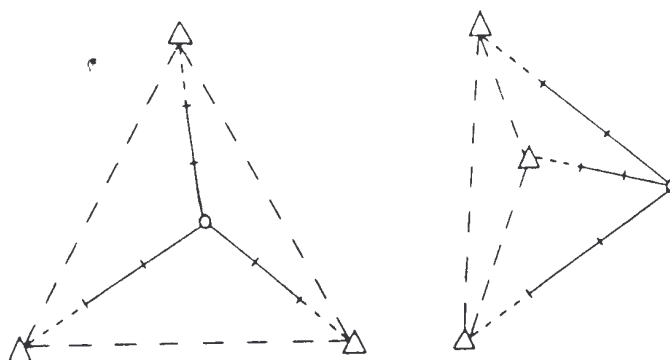
I det redovisade exemplet föreligger ingen indikation på grova fel då T för alla punkter är mindre än F och då SO ligger vid sitt à priorivärde.

Utnyttjande

Mätning av längder och riktningar bör vid fri uppställning med 3-parametertransformation göras mot minst 3 objekt så att, som tidigare nämnts, statistisk felkontroll kan göras. Simuleringsstudier gjorda vid LMV visar nämligen att mätning mot endast 2 yttre objekt i de flesta fall ger en okontrollerbar mätgeometri, oberoende av beräkningsmetod, som yttrar sig i att det är omöjligt att detektera var eventuella grova fel ligger. Vid två yttre objekt är det också oftast omöjligt att detektera eventuella fel i utgångskoordinater.

Mätgeometrin spelar även in på resultatet vid mätning mot tre eller flera objekt. En tumregel vid stomnätsförtätningar, som även gäller för fri uppställning, är att inte extrapolera nypunkten utan att alltid interpolera den. Med interpolation menas här att placera stationspunkten innanför tänkta linjer mellan objekten (se figur 5).

Om denna regel inte går att tillämpa, t ex om de yttre objekten ligger på en linje (utefter en gata), bör man om möjligt kompensera den dåliga geometrin med mätning mot ytterligare objekt.



Figur 5 Interpolation och extrapolation

Olika beräkningsmetoder

Idag används tre olika huvudmetoder för beräkning av fri uppställning.

- * Medeltalsberäkning
- * Koordinattransformation
- * Sträng utjämning

Av dessa huvudmetoder finns ett antal varianter såsom olika mätförfarande vid medeltalsberäkning och med eller utan statistisk felsökning vid koordinattransformation eller sträng utjämning.

Här följer en kort beskrivning av varje metod:

- * **Medeltalsberäkning** - Medeltalsbildning av samtliga inskränningar, inbindningar och skärbindningar som kan konstrueras ur mätmaterialet. Nackdelarna är dock flera med denna metod:
 - Metoden ger ej optimalt resultat då geometrin för enskilda punktbestämningar påverkar resultatet (t ex farliga cirkeln vid inskränningen eller liten inbindningsvinkel).
 - Viktning av enskilda mätningar omöjlig.
 - Även om misstanke om grovt fel föreligger så är detta svårt att lokalisera.

Medeltalsberäkning kräver liten datorkapacitet och kan programmeras i en enkel miniräknare typ CASIO 602 (ca 500 programsteg).

* **Koordinattransformation** - Metoden presenterad tidigare i artikeln. Nackdelar med metoden är:

- Man måste mäta både vinklar och längder mot alla yttre objekt, vilket egentligen inte är någon nackdel då det är det enda sättet att konstatera fel i koordinaterna (som inte ligger längs eller tvärs mätriktningen).
- Man kan ej vikta enskilda mätningar. Detta har dock ingen större betydelse vid transformation och korta siktavstånd (< 400-500 m), eftersom koordinatosäkerhet och centreringsfelens inverkan är så stor att längd- och riktningsmedelfel blir ungefär lika stora.
- Svårt att utvärdera utjämningsresultat med enbart förbättringarna. Denna anmärkning kan dock åtgärdas med användande av felkontroll enligt den metod som presenteras i artikeln.

Angående datorkapacitet kan följande sägas:

- Utan felsökning krävs ungefär samma datorkapacitet som vid medeltalsberäkning.
- Med felsökning krävs en avancerad miniräknare typ HP-41 (ca 1 500 programsteg) eller en liten dator typ HP-71 (kräver ca 2.5k av 16k. Resten kan alltså användas för andra program och för koordinatlagring).

* **Sträng utjämning** - Sträng utjämning enligt minsta kvadratmetoden är den metod som ger optimalt resultat och störst flexibilitet vad gäller blandning av olika mätningar.

Nackdelen med metoden är:

- Svårt att utvärdera utjämningsresultat med enbart förbättringar. Denna nackdel kan dock åtgärdas med statistisk felsökning enligt den metod som presenteras i [6].

Om datorkapaciteten kan följande sägas:

- Utan felsökning krävs ungefär samma datorkapacitet som vid koordinattransformation med felsökning.
- Med felsökning krävs mycket stor datorkapacitet i förhållande till övriga metoder.

Jämförande beräkningsexempel

Första jämförelsen: (Figur 6)

Ett beräkningsexempel utan grova fel används för att jämföra 3-parametertransformation med medeltalsberäkning. Exemplet visar medeltalsberäkningens stora känslighet för dålig mätgeometri och att resultatet inte alltid blir lika som utjämningsmetodernas.

Andra jämförelsen: (Figur 7-11)

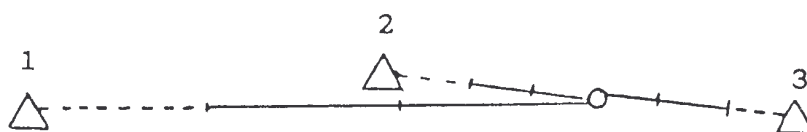
I dessa exempel jämförs 3-parametertransformation med kontroll med transformation och sträng utjämnings utan kontroll. Exemplet visar på svårigheterna med att tolka resultat med enbart förbättringar.

För att illustrera vad som händer när ett fel finns i beräkningen så har ett "felfritt" beräknings-exempel (figur 7) konstruerats. Till detta beräknade felfria fall (Fall 1, figur 8) har tre olika fel lagts in och beräknats:

- * Längdfel (Fall 2, figur 9).
- * Riktningsfel (Fall 3, figur 10).
- * Koordinatfel i ungefär 50 gons vinkel från mätriktningen (Fall 4, figur 11).

Det kan noteras att 3-parametertransformation och sträng utjämnings beräknar exakt samma koordinater för nypunkten i alla fallen.

"Stockholms kn's och Komb-M's datorprogram KL22" som använder sträng utjämnings med statistisk felkontroll av enskilda mätningar [6] har inte redovisats här. Programmet detekterar felen i Fall 2 och Fall 3. För Fall 4 är det tveksamt om programmet klarat detektion. Sträng utjämnings kan dock även kompletteras med punktvis felsökning och hade då även klarat Fall 4. Denna typ av program kräver dock en avsevärt större datorkapacitet än 3-parametertransformation med felsökning.



Program FRI3

Fri uppställning med 3-parametertransformation

INDATA:

PNR	X	Y	HV	VV	LL
1	1000.000	1000.000	297.1274	100.0000	155.148
2	1010.000	1100.000	303.4715	100.0000	55.074
3	1000.000	1210.000	108.0686	100.0000	55.442

NYPUNKT:

X	Y
1007.004	1154.995

F= 199.5 SO= 0.006

PNR	T	DL	DT
1	0.6	-0.007	-0.010
2	0.1	-0.004	0.005
3	24.3	-0.010	0.011

Medeltalsberäkning (GEODAT 126)

SO= 0.027

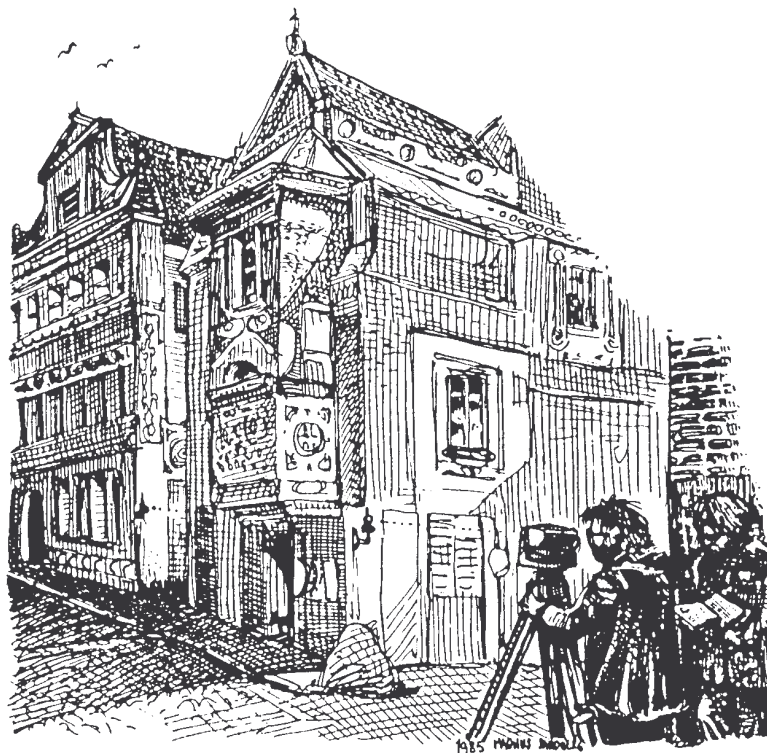
X	Y
1007.017	1154.994

Figur 6: 3-parametertransformationens resultat ger ingen indikation på att grova fel förekommer. Medeltalsberäkningen däremot indikerar via grundmedelfelet SO misstanke om grovt fel, trots att sådant ej förekommer. Detta beror på dålig mätgeometri i enskilda punktbestämningar. Allmänt kan sägas att när medeltalsberäkning ger ett litet grundmedelfel så är beräkningen godkänd, men om grundmedelfelet är stort så kan det bero på två orsaker, grovt fel eller dålig geometri. Notera också att medeltalsberäkningen endast har grundmedelfelet som felindikator och inte ger någon hjälp att detektera var felet ligger eller felets storlek. Slutligen visar exemplet att medeltalsberäkningen ej ger optimalt resultat i beräkningen av nypunkten. 3-parameter transformationen ger vanligen exakt samma (optimala) resultat som sträng utjämning.

*3-Parametertransformation				*Sträng utjämning			
-med kontroll				-utan kontroll			
F= 199.5 SO= 0.006							
PNR	T	DL	DT	Vx	Vy	VL(m)	VR(gon)
33311	11291.4	0.012	0.010	-0.007	0.004	-0.008	0.0008
39534	0.5	0.006	0.008	0.005	0.003	-0.004	0.0025
19024	0.1	0.003	-0.004	0.002	0.001	-0.002	0.0027

NYPUNKT	
X	Y
1000.004	1000.000

Figur 11: FALL 4; Beräkning av exemplet med ett simulerat fel i indata på 0.015 m i 33311's X-koordinat (X=857.742). 3-parametertransformationen med kontroll visar entydigt att felet ligger hos punkten 33311, DL och DT ger ett radiellt fel på 16 mm.



Figur 12 Fri uppställning i väggmarkerat stomnät

Råd angående fri uppställning

Vid mätning och beräkning av fri instrumentuppställning bör man tänka på följande:

- Att mäta både längder och riktningar mot minst 3 objekt (helst på ett sådant sätt att stationspunkten interpoleras).
- Att använda en beräkningsmetod med utjämning och statistisk felsökning, så att fel kan detekteras och lokaliseras på bästa möjliga sätt.

Om dessa regler följs så är man väl garderad för att upptäcka eventuella fel i både mätningar och utgångskoordinater.

Slutord

3-parametertransformation med kontroll som presenterats i denna artikel är en lämplig metod att använda i ett beräkningssystem på en mindre fältdator på grund av att metoden inte kräver så stor datorkapacitet, men ändå ger en god säkerhet mot grova fel. För framtida fältdatorer med större kapacitet [1] bör dock sträng utjämning med kontroll användas. Sträng utjämning har trots allt en stor fördel gentemot transformation då den är mer flexibel vad gäller blandning av mätningar och mätningarnas viktning.

Artikeln är tidigare publicerad i Svensk Lantmätartidskrift 1986:3 (sid 154-160). För att nå en bred publik innehåller den inga formler eller härledningar. Den som är intresserad av de formler som ligger till grund för metoden kan kontakta författaren.

För övrigt vill författaren tacka Clas-Göran Persson för hans synpunkter på metoden och artikelns innehåll; illustratören Magnus Sandberg; Bengt Andersson för korrekturläsning samt Ulla Sandberg som skrev ut rapporten.

Referenser

- [1] Cederholm, T Datorstödd Geodetisk detaljmätning -
Fältdatorn.
Svensk lantmäteritidskrift 1985:6 (s 311-314).
- [2] Green, A Programsystem för elementära geodetiska
beräkningar.
Examensarbete Tekniska Högskolan (1979)
(Appendix).
- [3] Koch, K.R. Test von Ausreissern in Beobachtungspaaren.
Zeitschrift für Vermessungswesen 1985:1
(s 34-38).
- [4] Kvarnström, L Stommätning som vid sekelskiftet.
Svensk lantmäteritidskrift 1982:2 (s 86-93).
- [5] Lenzmann, L Zur Aufdeckung von Ausreissern bei über-
bestimmten koordinatentransformation.
Zeitschrift für Vermessungswesen 1984:9
(s 474-479).
- [6] Olofsson, T &
Persson, C-G Kontroll av grova fel vid fri uppställning.
Svensk lantmäteritidskrift 1983:5 (s 302-308).
- [7] Persson, C-G Utjämnning, analys och optimering av tringel-
nät.
9:e Nordiska geodetmötet i Gävle
1982-09-13--17.
- [8] Persson, C-G Vägghmarkerade stomnät.
Svensk lantmäteritidskrift 1985:6 (s 315-320).