

Rapportserie: Geodesi och Geografiska informationssystem

Studier av deformationer vid byte av koordinatsystem

Anders Alfredsson

Gävle 2002

L A N T M Ä T E R I E T



Studier av deformationer vid byte av koordinatsystem

Anders Alfredsson

Examensarbete vid institutionen för Infrastruktur, KTH
Gävle 2002

Förord

De olika problem som framkommer vid ett koordinatsystemsbyte är något som intresserar mig mycket. Efter att ha tagit del av tidigare dokumentation i ämnet och satt in mig i problemen som kvarstår, bestämde jag mig för att genomföra detta examensarbete. *Studie av deformationer vid byte av koordinatsystem* syftar till att ge ökad kunskap kring hur deformationer i lokala koordinatsystem kan behandlas. Då tidigare undersökningar inte är heltäckande och intresset från olika parter fortsatt stort, var ytterligare undersökningar önskvärda. Studien har genomförts vid LF-geodesi, Lantmäteriet, Gävle. Förhoppningsvis kan studien ge råd och stöd för de kommuner och övriga stamnätsförvaltare som skall byta referenssystem.

Jag vill tacka mina handledare för deras stöd och inspiration i mitt arbete, Huaan Fan, Institutionen för Infrastruktur, KTH och Lars E Engberg, LF-geodesi, Lantmäteriet. Jag vill också tacka medarbetarna på LF-geodesi, Lantmäteriet, för alla utvecklande diskussioner angående mitt examensarbete. Slutligen vill jag tacka Sofia för allt stöd som hon bidragit med under arbetets gång.

April 2001, Gävle.

Anders Alfredsson

Sammanfattning

Användares ökade krav på enhetlig geografisk information leder till att antalet lokala koordinatsystem i Sverige bör reduceras. Lokala koordinatsystem är ofta baserade på äldre system och har därmed utsatts för stegvis ajourhållning. Denna ständiga utveckling av stornäten har medfört att de blivit behäftade med deformationer. För att minimera deformationernas effekter bör stornäten rätas upp. Ett flertal kommuner står dessutom inför ett byte av koordinatsystem, det är då av yttersta vikt att systemets deformationer modelleras och att korrektion görs så att de inte förs över till det nya systemet. Det finns flera metoder för att korrigera transformerade punkter för restfel. I studien har fyra transformationsmetoder för detta ändamål studerats, utvecklats, och analyserats.

De metoder som ingår i studien och som behandlar deformationer i koordinatsystem är restfelsinterpolation, restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter, punktvis transformation med Helmert-inpassning och punktvis transformation med affin inpassning. Utöver dessa metoder har även en Helmert-transformation baserad på en inpassning över hela området genomförts.

Transformationsmetoderna är testade på fyra olika deformationer. En av dessa deformationer härstammar från verkliga förhållanden, där kontrollpunkter mättes in med RTK-teknik i det nationella referenssystemet RT 90 5 gon V, och de transformerade stompunkternas koordinater jämfördes med de mätta koordinaterna. De övriga tre deformationerna är konstruerade utifrån olika typer av deformationer som kan finnas i ett lokalt koordinatsystem. För att skapa de konstruerade deformationerna togs beräkningsprogram fram. Även transformationsmetoderna med punktvis transformation är implementerade genom beräkningsprogram som tagits fram för studiens ändamål. Samtliga beräkningsprogram använder programvaran MATLAB som plattform. Transformationsmetoden restfelsinterpolering är beräknad med programvaran GTRANS och dess programmodul TRIAD.

Resultaten av testerna visar att samtliga deformationshanterande transformationsmetoder reducerar restfelen kraftigt. De olika deformationstesterna påvisar emellertid samma mönster i resultaten av de olika transformationsmetoderna. Vid val av transformationsmetod bör hänsyn tas till hur deformationerna i passpunkterna ser ut.

Abstract

Local coordinate systems have often been exposed to changes by degrees. This on-going development of the networks results in that they have been marred with deformations. Several municipalities are about to strait up or even change their local coordinate systems. To prevent transferring deformations into the new system it is important to model them and to correct the transformed points. There are several methods to correct errors caused by deformations in the transformed points. In this study four transformation methods for this purpose have been studied, developed and analyzed. These are interpolation of residuals, interpolation of residuals with fictitious common points, point by point transformation with Helmert transformation and point by point transformation with affine transformation. In addition to these methods one Helmert transformation based on the whole area has also been carried out.

The transformation methods are tested on four different deformations. One of those derives from real conditions, where points were measured with RTK-technique in a national reference system and the transformed points were compared with those. The other three deformations are constructed on the basis of the deformations that can be found in a local coordinate system. By writing programs in MATLAB the deformations and the point by point transformation methods were performed. The method interpolation of residuals was calculated in the software GTRANS and its software module TRIAD.

The results of the tests show that all methods that handle deformations significantly reduce the residuals. The different deformation tests point out the same pattern in the result of the four transformation methods. When selecting a transformation method, the deformations in the common point shall be taken in account.

Innehållsförteckning

FÖRORD	I
SAMMANFATTNING	III
ABSTRACT	V
INNEHÅLLSFÖRTECKNING	VII
1 INLEDNING	1
1.1 BAKGRUND	1
1.2 LITTERATURGENOMGÅNG	2
1.3 PROBLEM	2
1.4 SYFTE	2
1.5 DATA	3
1.5.1 Verkliga data.....	3
1.5.2 Konstruerade data	3
2 BESKRIVNING AV OLIKA TRANSFORMATIONS METODER	4
2.1 TEORETISK BESKRIVNING	5
2.1.1 Restfelsinterpolation	5
2.1.2 Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter	6
2.1.3 Punktvis transformation med Helmert-transformation	6
2.1.4 Punktvis transformation med affin transformation	7
2.1.4 Inpassning med Helmert-transformation utan restfelshantering	7
2.2 IMPLEMENTERING AV METODER	7
3 GENOMFÖRANDE	9
3.1 INLEDANDE ARBETE	9
3.2 PROBLEM	9
3.3 TESTSERIER	9
3.3.1 Verkliga data med RTK-mätta kontrollpunkter.....	10
3.3.2 Konstruerade data där ett hörn deformerats åt ett håll	11
3.3.3 Konstruerade data där området deformerats i flera riktningar	12
3.3.4 Barriär	13
4 RESULTAT	14
4.1 VERKLIGA DATA MED RTK-MÄTTA KONTROLLPUNKTER.....	14
4.1.1 Resultaten i tabellform	14
4.1.2 Histogram	15
4.1.3 Analys.....	16
4.2 KONSTRUERADE DATA DÄR ETT OMRÅDE DEFORMERATS ÅT ETT HÅLL.....	17
4.2.1 Resultaten i tabellform	17
4.2.2 Histogram	18
4.2.3 Analys.....	18
4.3 KONSTRUERADE DATA DÄR OMRÅDEN DEFORMERATS ÅT FLERA HÅLL.....	20
4.3.1 Resultaten i tabellform	20
4.3.2 Histogram	21
4.3.3 Analys.....	22
4.4 KONSTRUERADE DATA DÄR EN BARRIÄR INFÖRTS.....	23
4.4.1 Resultaten i tabellform	23
4.4.2 Histogram	24
4.4.3 Analys.....	24

5 DISKUSSION.....	27
5.1 FRAMTIDA UNDERSÖKNINGAR	28
6 SLUTSATSER	29
LITTERATURFÖRTECKNING.....	30
BILAGA 1. BESKRIVNING AV PROGRAMVARAN GTRANS	31
BILAGA 2. M-FILER SOM ANVÄNTS I STUDIEN.....	33
UTDRAG UR DEFORMERA.M	33
<i>Del av Deformera.m som deformerar ett hörn av området</i>	<i>33</i>
<i>Del av Deformera.m som deformerar området i flera riktningar.....</i>	<i>34</i>
<i>Del av Deformera.m där en barriär simuleras</i>	<i>35</i>
UTDRAG UR PUNKTVIS-HELMERT.M.....	37
UTDRAG UR PUNKTVIS-AFFIN.M.....	39
BILAGA 3. GRAFISKA TRANSFORMATIONSRESULTAT	40
VERKLIGA DATA MED RTK-MÄTTA KONTROLLPUNKTER.....	40
<i>Restfelsinterpolation</i>	<i>40</i>
<i>Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter</i>	<i>41</i>
<i>Punktvis transformation Helmert-inpassning</i>	<i>42</i>
<i>Punktvis transformation affin inpassning</i>	<i>43</i>
<i>Helmert-inpassning.....</i>	<i>44</i>
KONSTRUERADE DATA DÄR ETT OMRÅDE DEFORMERATS ÅT ETT HÅLL.....	45
<i>Restfelsinterpolation</i>	<i>45</i>
<i>Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter</i>	<i>46</i>
<i>Punktvis transformation Helmert-inpassning</i>	<i>47</i>
<i>Punktvis transformation affin inpassning</i>	<i>48</i>
<i>Helmert-inpassning.....</i>	<i>49</i>
KONSTRUERADE DATA DÄR OMRÅDEN DEFORMERATS ÅT FLERA HÅLL.....	50
<i>Restfelsinterpolation</i>	<i>50</i>
<i>Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter</i>	<i>51</i>
<i>Punktvis transformation Helmert-inpassning</i>	<i>52</i>
<i>Punktvis transformation affin inpassning</i>	<i>53</i>
<i>Helmert-inpassning.....</i>	<i>54</i>
KONSTRUERADE DATA DÄR EN BARRIÄR INFÖRTS.....	55
<i>Restfelsinterpolation</i>	<i>55</i>
<i>Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter</i>	<i>56</i>
<i>Punktvis transformation Helmert-inpassning</i>	<i>57</i>
<i>Punktvis transformation affin inpassning</i>	<i>58</i>
<i>Helmert-inpassning.....</i>	<i>59</i>

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Den tekniska utvecklingen och ökat informationsutbyte leder till att bestämning av position inte längre bara berör yrkesmän, även privatpersoner har mer och mer nytta av att med hjälp av tekniska hjälpmedel kunna positionera sig. I dag gäller det främst handhållna GPS-mottagare, men i framtiden kommer det även gå att positionera sig med hjälp med mer vardagliga ting tex. en mobiltelefon. Tillsammans med den utveckling vi ser inom GIS kommer efterfrågan på lägesrelaterad information att öka. Kraven på att den information som finns tillgänglig skall vara enhetlig och felfri ökar, då användarna blir fler. Utnyttjandet av lägesbunden information försvåras dock av att det i Sverige finns ca. 700 olika koordinatsystem (Lantmäteriet, 2001).

I kommunal geodetisk verksamhet är det vanligt att ett lokalt koordinatsystem används (Engberg, 2001). De stornät som i många kommuner skapades i början av 1900-talet har genomgått stegvisa förändringar. Stompunkter som försvunnit har ersatts med nya och så vidare. Genom kommunsammanslagningar på 70-talet utvidgades de befintliga stornäten till att även omfatta de nya delarna inom kommunen. Denna långvariga utveckling av stornäten leder till deformationer. Dessa deformationer kan vara mödosamma att modellera eftersom de har tillkommit gradvis och inte alltid är logiska.

Den mätteknik, som i dag i allt större utsträckning används för positionsbestämning är satellitbaserad, framför allt GPS-teknik. Vid mätning med GPS krävs ett bra transformationssamband mellan de olika aktuella referenssystemen. Användning av GPS tillåter även mätning över längre avstånd utan direkt sikt mellan punkterna. Eftersom det vid längre avstånd är viktigt att koordinatsystemen inte innehåller några deformationer krävs att systemen är homogena över hela täckningsområdet. Ett bra transformationssamband kan endast fås genom att de system som används är homogena, utan deformationer.

För en smidig arbetsgång vid genomförandet av ett mättningsprojekt med GPS krävs ett homogent, stabilt stornät som är fritt från deformationer. De flesta kommuner med lokala koordinatsystem har deformationer i sina nät. För att minska inverkan av deformationerna måste dessa kommuner rätta upp sina stornät. Det kan göras genom att det i ett homogent system koordinatbestäms ett antal passpunkter spridda över kommunen och på så sätt modelleras de lokala deformationerna. Med de då modellerade deformationerna som grund kan all existerande kartdata transformeras till ett nytt homogent koordinatsystem.

I lantmäteriets rapport *Övergång till ett enhetligt nationellt referenssystem för lägesbestämning* behandlas frågan om övergång till ett nytt enhetligt nationellt referenssystem, SWEREF 99. Införandet av det referenssystemet medför även behov av en ny kartprojektion. Ett förslag med 12 olika projektionszoner har lagts fram, vilket medför att flertalet av landets kommuner, åtminstone i deras tätbefolkade delar, erhåller ett skalfel som understiger 50 ppm. För kommunernas del betyder införandet av det nya referenssystemet att de bör överge sina lokala koordinatsystem till förmån för det nya nationella koordinatsystemet. För att genomföra ett byte av denna storlek behövs riktlinjer som behandlar de problem som uppstår. Om hänsyn inte tas till deformationerna i de lokala näten vid en transformation, kommer de att finnas kvar i samma form, fast med nya koordinater. Det innebär att även det nya systemet blir behäftat med deformationer.

I Geodesi 2000 nämns att deformationer i såväl lokala nät som i det nationella nätet RT 90 måste modelleras för att en korrekt transformation till ett homogent nationellt referenssystem skall kunna erhållas. I det pågående projektet RIX 95 görs detta till viss del. För att på ett fullständigt sätt modellera deformationerna inom en kommun krävs en förtätning av det nät som bildats av RIX 95-punkterna i kommunen. Förtätningen görs kommunvis med utgångspunkt i RIX 95-punkterna. När deformationerna modellerats tillfredsställande skall samtliga kartdata transformeras till det nya systemet. Det finns ett flertal tänkbara möjligheter och metoder.

Det finns med andra ord skäl till att undersöka hur deformationer i ett lokalt koordinatsystem kan behandlas vid överföring av kartdata till ett nytt referenssystem.

1.2 Litteraturgenomgång

För att förankra detta examensarbete i tidigare genomförda undersökningar har en genomgång av vetenskapliga tidskrifter och övrig litteratur gjorts. Vid genomgången framkom att det inte finns mycket dokumenterat i detta ämne. Den litteratur som finns och som är av undersökningskaraktär är en tidigare genomförd studie (Svanholm, 2000) och en redovisning av ett genomfört koordinatsystemsbyte i Stavanger kommune, Norge. Dessa beskrivs mer detaljerat längre fram.

1.3 Problem

Spänningar i ett koordinatsystem kan vara svåra att upptäcka vid traditionell mätning. Vid mindre mätningar behöver de inte framträda alls. Vid mätning över längre avstånd i ett icke homogent nät märks spänningarna dock redan vid beräkningen av mätningarna. Detta innebär att lokala koordinatsystem som visar sig innehålla spänningar bör rätas upp och repareras. För att underlätta utbyte av data mellan olika referenssystem bör även robusta transformationssamband mellan de lokala koordinatsystemen och ett nationellt koordinatsystem tas fram. Sammantaget kan det krävas att ett nytt nationellt koordinatsystem som används även på lokal nivå införs. All data som har samlats in under årens lopp skall då överföras till det nya koordinatsystemet och det görs genom ett koordinatsystemsbyte.

Ett koordinatsystemsbyte innebär följande problem:

- Hur skall deformationerna i det gamla systemet modelleras för att få en så bra bild över situationen som möjligt.
- Vilken metod skall användas för att deformationerna i det nya systemet skall reduceras så mycket som möjligt.

I en tidigare studie (Svanholm, 2000) har delar av problemen behandlats. Föreliggande studie är en fortsättning på den av Svanholm genomförda studien. Med tyngdpunkt på det sistnämnda problemet ovan kommer problemställningarna att behandlas. Utöver fortsatta transformationsjämförelser kommer även metoder för punktvis transformation tas upp och utvecklas. Deformationer som kan finnas i ett lokalt koordinatsystem samt hur olika transformationsmetoder hanterar dessa kommer att studeras.

1.4 Syfte

Syftet med denna studie är att jämföra olika metoder för att överföra kartdata från ett lokalt kommunalt koordinatsystem till ett nationellt koordinatsystem. Att genom jämförelsen få vetskap om hur de olika metoderna hanterar olika typer av deformationer och genom rapporten få en kunskapsbank att förmedla till de parter som skall genomföra ett koordinatsystemsbyte.

1.5 Data

De data som använts vid testerna kommer från Helsingborgs kommun och består av koordinatbestämda stompunkter. De stompunkter som använts till passpunkter är koordinatbestämda dels i RT 90 5 gon V, dels i Helsingborgs lokala system. Passpunkternas koordinater i det nationella systemet härstammar från Skan95¹, och är därefter inpassade till RT 90 5 gon V. De data som använts här har även tidigare använts för att jämföra olika metoder för överföring av kartdata mellan olika koordinatsystem (Svanholm, 2000). De punkter som använts kan ses i Figur 1.

1.5.1 Verkliga data

De 130 stompunkterna som använts till passpunkter är jämnt fördelade över kommunen, se Figur 1. Av de ungefär 9000 stompunkter i Helsingborgs lokala system som använts till att testa de olika transformationsmetoderna är 304 punkter kontrollmätta i till-systemet RT 90 5 gon V med RTK-teknik. Detta för att kunna jämföra effekterna av transformationerna. Till följd av mätmetoden har kontrollpunkterna ett slumpmässigt fel i koordinatbestämningen på ungefär två cm.

1.5.2 Konstruerade data

Med vetskap om det fel som RTK-bestämning ger samt önskan om att kunna analysera en speciell typ av deformation framträder ett krav att data skall vara fri från mätfel. För att uppfylla detta har en uppsättning data med fullständig kontroll konstruerats. All data i det lokala systemet transformerades med en Helmert-transformation till RT 90 5 gon V. Med en unik uppsättning parametrar erhöles ett samband mellan systemen utan några restfel. Både pass- och stompunkterna i det lokala systemet har deformerats på olika sätt² för att modellera de typer av deformationer som kan uppenbara sig i kommunala koordinatsystem. Efter transformation med de olika metoderna har resultaten jämförts med de stompunkter som innan deformationen transformerades med de unika parametrarna till RT 90 5 gon V.



Figur 1. Samtliga punkter i Helsingborgs kommun som använts vid transformationerna. Passpunkterna är markerade med trianglar och stompunkterna med punkter. I det mönster som stompunkterna bildar kan Helsingborgs tätort, en större del av vägnätet samt den skarpa gräns som i verkligheten är kustlinjen mot Öresund, urskiljas tydligt.

¹ Kommunerna i västra Skåne och Halland beslutade i början på 90-talet att mäta ett referensnät med GPS gemensamt. Projektet resulterade i referensnätet Skan95 och det omfattar över 6000 baslinjer. Skan95 sträcker sig från Onsala i norr till Smygehuk i söder och Hässleholm i öster till Buddinge (Danmark) i väst. Den interna noggrannheten i detta nät är bättre än 15 mm vid en inpassning på de inom området existerande SWEREF-punkterna (Kvarnström, 1999)

² För mer ingående beskrivning av de olika deformationer som testats, se avsnitten 3.3.2 – 3.3.4.

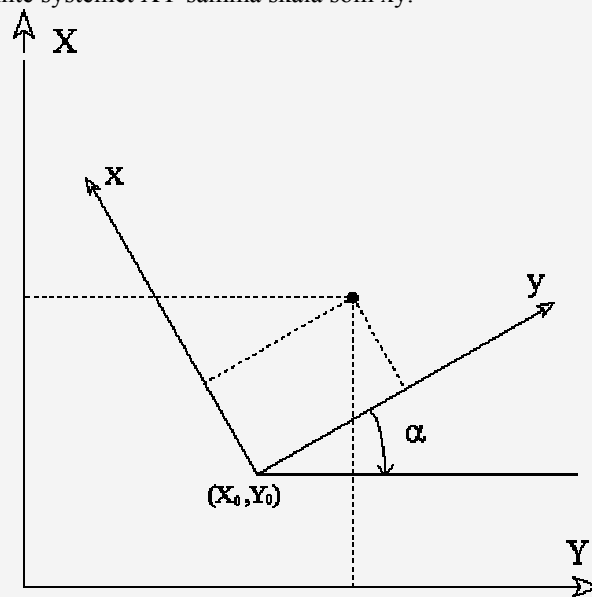
2 Beskrivning av olika transformationsmetoder

I de testserier som genomförts har totalt fem olika transformationsmetoder använts. Fyra av dem bearbetar deformationer och en av dem är endast en inpassning utan restfelshantering. Den senare har använts som referens för de övriga fyra. De restfelshalterande transformationsmetoder som ingår i studien är restfelsinterpolation, restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter samt punktvis transformation med unika transformationsparametrar för varje punkt. Den metod som transformerar punktvis har genomförts både med Helmert- och affin transformation. För att få en uppfattning om vilka deformationer transformationsmetoderna skall reducera har även en Helmert-inpassning gjorts på hela systemet utan att ha hänsyn till de restfel som finns.

Mer om inpassning med Helmerttransformation

För att skapa samband mellan olika plana koordinatsystem kan inpassning med Helmerttransformation användas. I detta exempel skall ett samband mellan XY och xy tas fram. Då inpassning med Helmerttransformation kan användas föreligger följande:

- Koordinatsystemen kan ha olika origo.
- Båda koordinatsystemen är rätvinkliga.
- En vridning mellan koordinatsystemen kan finnas.
- Skalan i de olika systemen kan vara olika. Det vill säga X och Y har samma skala, likaså x och y, dock har inte systemet XY samma skala som xy.



Inpassningen innebär att två translationer (X_0 , Y_0), en vridning (α) och en skalfaktor (m) bestäms. För att bestämma ett samband krävs minst två passpunkter. I praktiken krävs dock fler passpunkter då överbestämningar gör att deformationer i nätet åskådliggörs. Med fler passpunkter görs inpassningen med minstakvadratmetoden. Restfelen i passpunkterna minimeras därigenom och de restfel som kvarstår är de deformationer som koordinatsystemet är behäftat med. Transformationen görs sedan med följande formel:

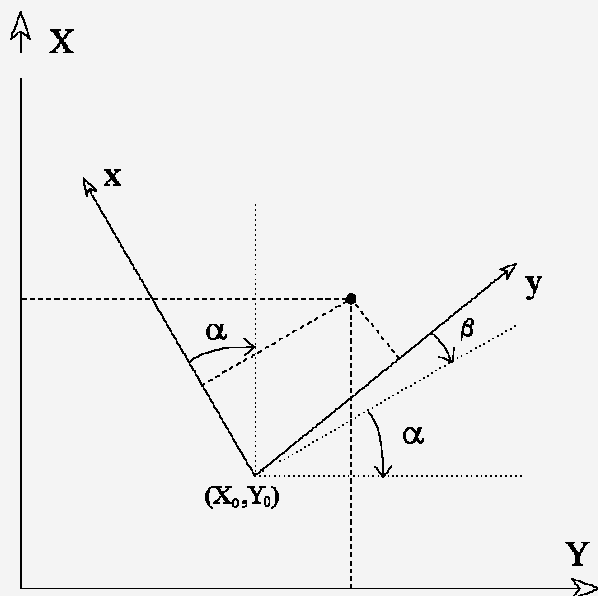
$$\begin{cases} X = X_0 + a \cdot x - b \cdot y \\ Y = Y_0 + b \cdot x + a \cdot y \end{cases} \quad \text{där } a = m \cdot \cos \alpha \text{ och } b = m \cdot \sin \alpha$$

Restfelen beräknas genom att transformera passpunkternas koordinater i från-systemet och reducera resultatet med passpunkternas koordinater i till-systemet. Den motsägelse som då fås är det samma som restfelet. Restfelen kan sedan användas för att reducera deformationer i de transformerade punkterna med restfelsinterpolation.

Mer om inpassning med affin transformation

För att etablera samband mellan koordinatsystem där det föreligger misstanke om att koordinatsystemen inte är rätvinkliga och dessutom har systematiska skalskillnader i olika riktningar kan en affin transformation användas. En affin transformation omfattar sex transformationsparametrar:

- Translation i x- och y-led (X_0, Y_0)
- En vridning (α)
- Parameter för bristande rätvinklighet (β)
- Skalor för x- och y-led (m_1, m_2)



Vid en inpassning med affin transformation krävs minst tre passpunkter. På samma sätt som vid inpassning med Helmerttransformation används dock fler passpunkter i praktiken. Vid affin transformation används följande formler:

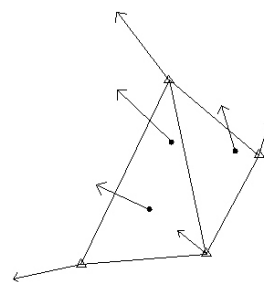
$$\begin{cases} X = X_0 + a \cdot x + b \cdot y \\ Y = Y_0 + c \cdot x + d \cdot y \end{cases} \quad \text{där} \quad \begin{aligned} a &= m_x \cdot \cos \alpha & b &= -m_y \cdot \sin(\alpha + \beta) \\ c &= m_x \cdot \sin \alpha & d &= m_y \cdot \cos(\alpha + \beta) \end{aligned}$$

Då geodetiska koordinatsystem inte är ämnade till att ha olika skala i x- och y-led bör affin transformation inte användas vid transformation av geodetiskt mätta punkter (HMK-Ge:D).

2.1 Teoretisk beskrivning

2.1.1 Restfelsinterpolation

Restfelsinterpolation går ut på att en Helmert-inpassning på samtliga passpunkter i datasetet genomförs och restfelen i passpunkterna beräknas. En triangulering av passpunkterna görs. Trianguleringen utförs så att delaunayvillkoren uppfylls, vilket betyder att trianglarna blir så liksidiga som möjligt. Alla punkter som skall transformeras överförs med hjälp av de parametrar som tagits fram i inpassningen. Sedan korrigeras koordinaterna för det kvarvarande restfelet. Det kvarvarande restfelet i punkten interpoleras från restfelen i de

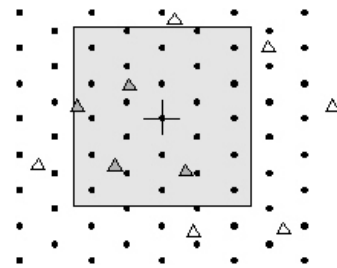


Figur 2. Restfelsinterpolation

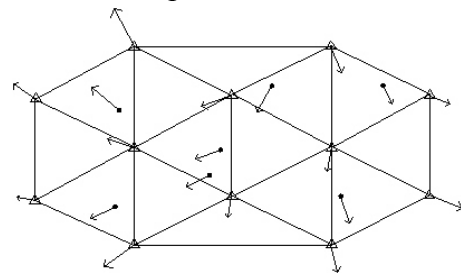
passpunkter som ligger i hörnen på den triangel som punkten ligger i. De korrigerade koordinaterna fås genom att påföra de interpolerade tilläggen i x- respektive y-led. Figur 2 visar ett utsnitt av en triangulering med de interpolerade restfelen i de punkter som transformerats.

2.1.2 Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter

Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter genomförs på samma sätt som den ovan beskriva, med skillnaden att en fiktiv uppsättning passpunkter används, (Svanholm 2000). Ett rutnät av fiktiva punkter som täcker det område som skall transformerats upprättas genom lämplig metod. I denna studie har ett gridnät i frånsystemet bestående av punkter med ett inbördes avstånd på 1000 meter upprättats. För att få regelbundna trianglar i trianguleringen har varannan punktrad förskjutits 500 meter, se Figur 3. För att skapa koordinater i tillsystemet för de fiktiva passpunkterna söks de passpunkter i det ursprungliga datasetet som ligger inom en ruta på 5000 meter runt den fiktiva punkten ut. I Figur 3 är rutan runt en av de fiktiva passpunkterna markerad. En Helmert-inpassning sker på de passpunkter som hittats i rutan och den fiktiva passpunkten transformerar med de genom inpassningen beräknade parametrarna till tillsystemet. Detta medför att de fiktiva passpunkterna transformerar med punktvis transformation och eventuella avvikelser i originalpasspunkterna utjämnas. Resultatet blir en uppsättning av fiktiva passpunkter som har koordinater i både från- och tillsystemen. Dessa fiktiva passpunkter används sedan för restfelsinterpolation på samma sätt som passpunkterna i det ursprungliga datasetet användes under 2.1.1, se Figur 4.



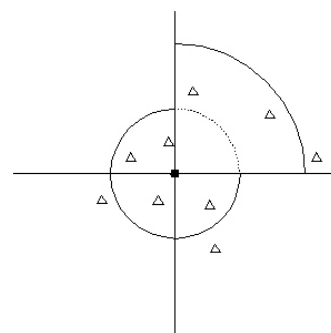
Figur 3. Urval av passpunkter vid upprättandet av fiktiva passpunkter.



Figur 4. Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter.

2.1.3 Punktvis transformation med Helmert-transformation

En annan typ av metod är punktvis transformation, där varje punkt transformerar med unika parametrar. De deformationer som finns i nätet modelleras då genom en inpassning på de närmsta passpunkterna. Det som krävs är tre uppsättningar data, passpunkter i både till- och frånsystemen samt de punkter som skall transformerar. Med den punkt som skall transformerar i centrum görs ett urval bestående av de passpunkter som ligger inom en fördefinierad radie i varje kvadrant runt punkten. När ett antal passpunkter runt punkten hittats, görs en Helmert-inpassning som genom minstakvadratmetoden beräknar de fyra transformationsparametrar som krävs. Det krävs minst tre punkter men för att metodens fördelar skall utnyttjas väljs minst en punkt i varje kvadrant. I exemplet i Figur 5 finns inte någon passpunkt inom den fördefinierade radien i en av kvadranterna. Då dubblas radien och de passpunkter som då hittas är med i urvalet. Denna utvidgning av radien görs till dess att passpunkter hittats, dock som mest 10 gånger. De punkter som inte har passpunkter enligt ovanstående kriterium transformerar inte.



Figur 5. Urval av passpunkter vid punktvis transformation.

Inpassning med Helmerts metod hanterar translation i både x- och y-led, vridning samt skaländring av hela systemet. Punkten transformeras till det nya systemet med de beräknade parametrarna. Detta innebär att transformationen totalt sett blir anpassad till dess närområde.

2.1.4 Punktvis transformation med affin transformation

För att få metoden ovan att vara mer lokalt anpassad kring punkten kan en modifiering av metoden utföras. I stället för en Helmert-inpassning görs då en affin inpassning. Det är då sex transformationsparametrar som skall bestämmas. Utöver hantering av translation och vridning, skall även parametrar för olika skala i x- och y-led och bristande rätvinklighet bestämmas. Urvalet av passpunkter sker på samma sätt. Det är endast inpassningen som skiljer. Med en affin inpassning fås en mer lokal anpassning till nätets deformationer.

2.1.4 Inpassning med Helmert-transformation utan restfelshantering

Helmert-inpassning utan restfelshantering utförs genom att göra en Helmert-inpassning på samtliga passpunkter i datasetet. De transformationsparametrar som då beräknas³ används för att transformera alla stompunkter. De transformerade punkterna kommer då inte att korrigeras för de restfel som inpassningen på passpunkterna, vilket leder till att ett område i koordinatsystemet som inte är deformerat påverkas av om det finns deformationer på ett annat ställe i koordinatsystemet.

2.2 Implementering av metoder

De ovan beskrivna metoderna har testats genom att dels använda befintliga programvaror, dels genom att utveckla egna beräkningsprogram. Till transformationen med restfelsinterpolation, beskriven under 2.1.1, har programmet GTRANS 3.50 och programmodulen TRIAD använts⁴. Testerna av denna metod är genomförda utan några modifieringar av befintliga programvaror. Till metoden beskriven under 2.1.2 krävs en uppsättning fiktiva passpunkter, vilken upprättades genom att skriva en M-fil⁵ till Matlab. M-filen, som kan studeras i bilaga 2, utgår från ett rutnät av fiktiva punkter som täcker hela det område där frånsystemet är beläget. Rutnätet upprättades med en M-fil som finns i bilaga 2. Runt varje fiktiv punkt placeras en ruta med sidlängden 5000 meter med punkten i centrum. Om antalet passpunkter inom rutan är fyra eller fler görs en Helmert-inpassning med minstakvadratmetoden. Med de parametrar som beräknas i inpassningen transformeras den fiktiva passpunkten och får på så sätt koordinater i tillsystemet. I de fall då det inte finns tillräckligt med passpunkter inom rutan görs ingen transformation. Eftersom det då inte skapas koordinater i båda systemen fungerar algoritmen som ett filter som tar bort punkter utanför området. Den nya uppsättningen passpunkter används sedan på samma sätt i GTRANS 3.50 och TRIAD som metoden under 2.1.1.

För att genomföra en transformation med metoden som beskrivits under rubrik 2.1.4, Helmert-transformation utan restfelshantering, har programvaran GTRANS 3.50 med programmodulen GPASS⁴ använts. Transformationen sker då endast med de parametrar som tagits fram i inpassningen. Resultatet har använts för att jämföra hur mycket av deformationerna övriga metoderna reducerar.

³ Matematisk beskrivning av metoden finns i faktarutan på sidan 4.

⁴ För närmare beskrivning av programvaran hänvisas till bilaga 1.

⁵ En M-fil är en fil med en serie Matlabkommandon som i Matlab läses som ett program. En M-fil är uppbyggd som ett program där språket till stor del liknar de välkända programmeringsspråken. De flesta vanliga programmeringstermerna går att använda, tex. IF- och WHILE-satser. Genom att programmera i Matlab har flera inbyggda rutiner för bl.a. filhantering och grafikhantering kunnat användas.

Det norska företaget Vesla Geonor AS har i samarbete med Stavangers kommun utvecklat en programvara, NYTDAT⁶, som hanterar deformationer vid överföring av kartdata genom punktvis transformation med helmertinpassning. NYTDAT är en programmodul till den äldre DOS-versionen av V/G Kart 3.95 (Brugerbeskrivelse V/G-Kart). Programvaran V/G Land 4.10 krävs också för att genomföra en transformation med NYTDAT. Inledningsvis skall två koordinatregister upprättas i V/G Land, ett med punkternas koordinater i frånsystemet, ett med koordinaterna i tillsystemet. När registren är upprättade skall sökradien runt den punkt som skall transformeras samt det antal passpunkter som skall användas vid inpassningen ställas in i NYTDAT. Vid körning av programvaran redovisas inte någon form av transformationsparametrar eller kvalitetsmått, utan en körning resulterar endast i en ny koordinatlista. Programmet har även en begränsning i sifferhanteringen, eftersom det endast klarar 3 decimaler och då inte fler än 6 heltalssiffror. Dessa faktorer medförde att ett liknande program med samma algoritm, men med genererande av en körningslogg, blev önskvärt. Ett program för detta ändamål togs fram i form av en M-fil, vilken kan beskådas i bilaga 2. Vid en körning av programmet i Matlab genereras nu en loggfil.

Loggfilen som använts vid analys av transformationen består av följande delar:

- Antalet passpunkter i inpassningen.
- Beteckningen på de passpunkter som använts.
- I vilken kvadrant kring punkten passpunkterna är belägna.
- Avståndet mellan punkten som skall transformeras och passpunkterna.
- Medelfelet vid inpassningen.
- Restfelet i varje passpunkt som ingår i inpassningen.

Med hjälp av loggfilen går det att kontrollera hur transformationen genomförts. Programmet visade sig ge samma resultat som NYTDAT, vilket var en förutsättning för att kunna använda programmet i denna studie. När ett fungerande program för Helmert-inpassning fanns, kunde programmet med små ingrepp modifieras⁷ för att implementera den metod med affin inpassning som är beskriven under 2.1.4.

⁶ Programvaran NYTDAT är ett DOS-baserat program som visade sig vara problematiskt att installera. Det är dock inte programmet i sig som skall utvärderas utan den metod som det använder.

⁷ M-filen kan studeras i bilaga 2.

3 Genomförande

3.1 Inledande arbete

Inför genomförandet av studien framkom önskemål på att egendefinierade deformationer skulle kunna testas. För detta utvecklades M-filer i MATLAB som utifrån vissa fördefinierade kriterier på ett i förväg bestämt sätt gör ett punkturval och ändrar koordinaterna på dessa punkter. De olika deformationerna beskrivs under 3.3.2 – 3.3.4.

Ett enkelt och enhetligt sätt att presentera de differenser som kvarstår efter transformationerna krävdes också. Till detta utvecklades också M-filer som plottar differensen mellan de transformerade punkterna och de punkter som ses som facit. Resultatet blir en skiss över alla punkterna med tillhörande vektorer som representerar differensen. Då differenserna jämfört med avstånden mellan punkterna är små har vektorerna plottats i för utskriften lämplig skala.

Alla M-filer som har använts i studien kan studeras i bilaga 2.

3.2 Problem

Programvaran NYTDAT kräver att det finns passpunkter i varje kvadrant runt varje punkt som skall transformeras, annars avbryts transformationen och ingen punkt överförs till det nya systemet. Då det i Helsingborgs kommun finns punkter utefter kustlinjen är det naturligt att det inte finns passpunkter runt om varje enskild stompunkt. Detta problem löstes genom att de punkter som inte uppfyller ovan beskrivna krav plockades ur uppsättningen av stompunkter. Då alla RTK-punkter uppfyllde kravet påverkade inte uteslutandet av stompunkter testserien som beskrivs under avsnitt 3.3.1. Övriga testserier påverkades inte heller då deformationerna påförts efter det att stompunkterna plockats bort.

3.3 Testserier

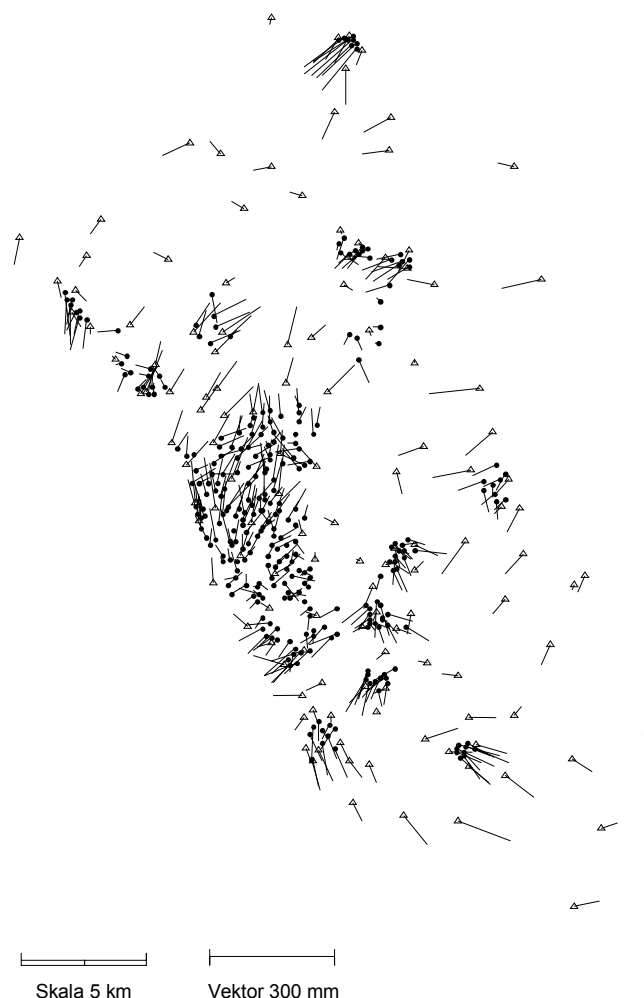
Redovisningen över de tester som gjorts i studien inkluderar fyra olika testserier. En av serierna är gjord på verkliga data där koordinaterna på de punkter som anses kända är inmätta med RTK-teknik. De övriga tre är tester med konstruerade data. De två första är av samma typ, där en del av området med stompunkter dragits mot en fiktiv punkt utanför området, kallad deformationspunkt. Den fjärde testserien är en simulerad barriär som kan uppträda vid t.ex. en järnväg. I de konstruerade deformationerna har en viss typ av deformation betonats. De är därför inte direkt ett återspeglade av verkligheten, där flera deformationer som framkommit genom nätets ajourhållning lagrats över varandra. Verkligheten är med andra ord mycket mer komplex än vad de deformationer som här konstruerats är. De deformationer som konstruerats för att studera hur de olika metoderna fungerar är till för att få en uppfattning om hur metoderna hanterar olika typer av deformationer, mer än att återskapa verkligheten.

Samtliga testserier är transformerade med fem olika metoder, vilka beskrivs under avsnitt 2. I de fem olika transformationsmetoderna har likvärdiga parametrar använts för varje testserie, dock främst i de punktvisa transformationsmetoder som söker efter närliggande passpunkter.

3.3.1 Verkliga data med RTK-mätta kontrollpunkter

De olika transformationsmetoderna har testats med de passpunkter som beskrivits under 1.5.1. Passpunkterna är koordinatbestämda i både Helsingborgs lokala koordinatsystem och i RT 90 5 gon V. De 304 kontrollpunkter som mätts med RTK-teknik i RT 90 5 gon V har valts ut bland de ca. 9000 stompunkter som fanns tillgängliga i Helsingborgs lokala system. Transformationerna har med andra ord enbart omfattat de punkter som har kända koordinater i till-systemet.

För att se vilka deformationer som finns i nätet vid utgångsläget har en Helmert-inpassning av passpunkterna, utan någon form av restfelshantering gjorts. Samma typ av inpassning gjordes även på kontrollpunkterna. När de två inpassningarna sedan jämfördes framkom en uppfattning av om deformationerna var de samma för passpunkterna och kontrollpunkterna. För att nätet skall kunna användas för denna typ av tester skall restfelsvektorena överensstämma med varandra i dess närområde. Om de skiljer sig åt är deformationerna i nätet inte homogena, utan det finns motsägelser som inte någon typ av transformationsmetod klarar. I detta fall överensstämmer vektorerna bra, vilket kan ses i Figur 6.

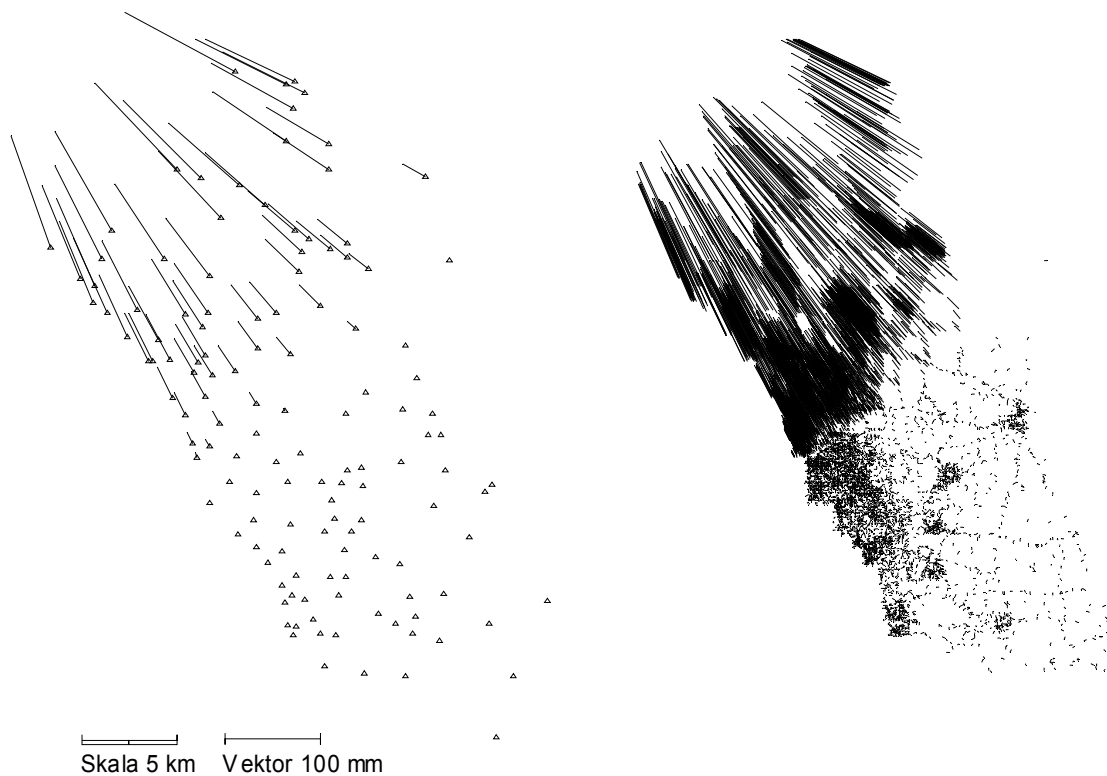


Figur 6. Figuren visar deformationerna dels i passpunkterna (trianglar), dels i de RTK-mätta kontrollpunkterna (punkter).

3.3.2 Konstruerade data där ett hörn deformerats åt ett håll

Testserien där ett hörn deformerats kan ses som den enklaste deformationen, eftersom det endast handlar om ett deformationsområde. Alla deformationer är orienterade åt samma håll och har regelbundna deformationsbelopp.

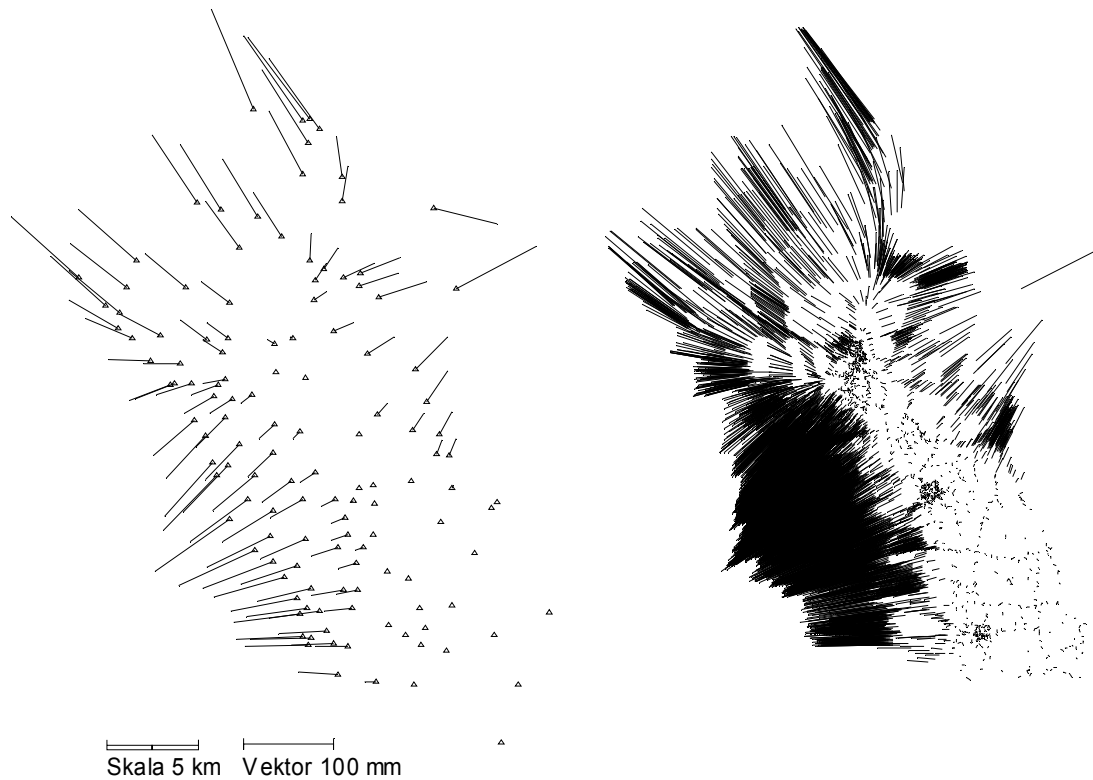
För att kunna deformera ett område med punkter konstruerades en programslinga i MATLAB. En fiktiv punkt i det lokala koordinatsystemet valdes ut så att ett lämpligt delområde skulle kunna deformeras. Runt denna deformationspunkt definierades en radie inom vilken deformationen skulle genomföras. Punkterna som ingick i urvalet flyttades mot deformationspunkten genom att deras koordinater ändrades. Punkterna flyttades utefter linjen genom deformationspunkten och stompunkterna som deformerades. Beloppet på deformationen för varje punkt berodde linjärt på punktens avstånd från deformationspunkten. Största deformation fick den punkt som låg närmast deformationspunkten och den minsta deformationen fick de punkter som låg på randen till deformationsområdet. Däremellan varierade deformationernas belopp linjärt, se Figur 7.



Figur 7. Ett hörn av området är deformerat mot nordväst. Till vänster är de deformerade passpunkterna utritade och till höger stompunkterna.

3.3.3 Konstruerade data där området deformerats i flera riktningar

Deformationen där punkterna deformerats i flera riktningar påminner om den som beskrivits under 3.3.2. Det är dock fyra deformationer av samma typ som är överlagrade på samma dataset. Området är alltså deformerat mot fyra deformationspunkter i stället för en. Dessa deformationspunkter har valts så att stompunkterna skall deformerars med avseende på noll, en, två eller tre deformationspunkter. På så sätt fås överlagrade deformationer i flera riktningar och det regelbundna mönster i deformationen under 3.3.2 bryts ned. Figur 8 visar hur deformationen ser ut.

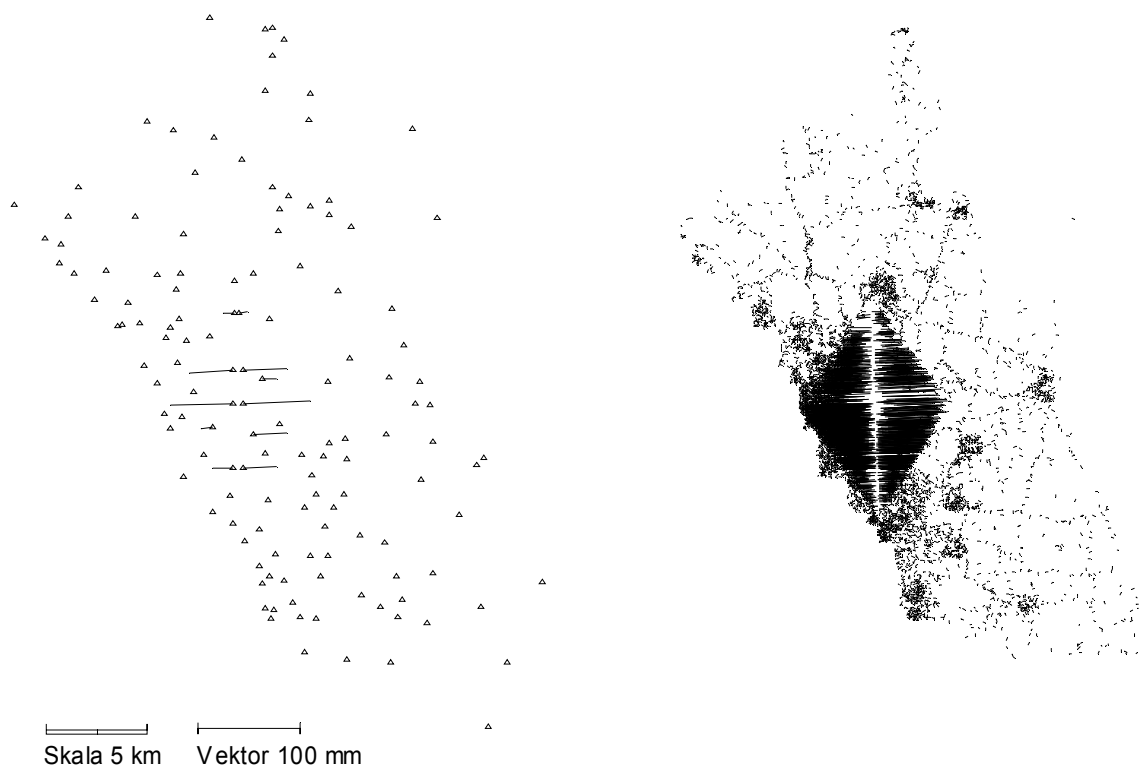


Figur 8. Deformationen som använts till testserien där punkter deformerats åt flera håll. Till vänster visas passpunkternas deformationen och till höger stompunkternas.

3.3.4 Barriär

När en naturlig barriär skär genom ett inmätt område behöver det av praktiska skäl inte vara mätt över denna barriär. Exempel på sådana barriärer är en järnväg eller ett tätt skogsparti. Följden av detta kan vara att nätet på de olika sidorna av barriären inte är av samma kvalitet. Den varierande kvalitén har uppkommit av att näten har mätts och utjämnats vid olika tillfällen. Det största problemet med denna typ av deformation är att transformationsmetoderna skall hantera den skarpa gräns som avskiljer områdena med olika kvalitet. För de stompunkter som vid transformation endast påverkas av passpunkter som ligger på ena sidan av barriären innebär det inget problem. Problemet uppstår då passpunkter på båda sidor av barriären påverkar transformationen av en stompunkt.

I denna testserie har deformationen vid en barriär simulerats. Tio passpunkter, belägna i par med ett ungefärligt inbördes avstånd av 100 meter, har valts ut. Mellan dessa har en barriär i nord-sydlig riktning lagts ut. Deformationsområdet har definierats som en likbent triangel på båda sidor om barriären. De liksidiga trianglarna har barriären som bas och höjden på trianglarna är 2 km. Stompunkterna som ligger inom deformationsområdet har flyttats ut ifrån barriären.



Figur 9. Deformationen simulerar en barriär som skär genom området. Passpunkternas deformation till vänster visar att endast 11 passpunkter blivit deformerade. Till höger syns stompunkternas deformation.

Deformationen är definierad så att de punkter som ligger närmast randen av deformationsområdet har fått den minsta deformationen. Sedan ökar deformationen linjärt in mot centrum av deformationsområdet till den största deformationen på 75 mm. Beroende på definitionen deformeras två punkter som ligger i centrum av deformationsområdet, fast på olika sidor av barriären, relativt varandra som mest 150 mm, se Figur 9.

4 Resultat

I detta kapitel redovisas de resultat som framkommit i de olika testerna. Redovisningen av resultaten görs på två sätt, dels i tabellform där vissa värden som visar kvaliteten på transformationen finns förtecknade, dels i ett histogram som visar fördelningen av differenserna. Resultaten för de konstruerade deformationerna är uppdelade i tre olika tabeller. En där samtliga punkter är med i beräkningen, en där endast de deformerade punkterna är med och en där de odeformerade punkterna är med. De värden som finns redovisade i tabellerna är antal punkter behäftade med differens, den största kvarvarande differensen, medelvärde av differenserna samt standardavvikelsen. Det högsta och det lägsta värdet i varje kategori är markerade med **fet** respektive *kursiv* stil. Histogrammet visar den procentuella fördelningen av differensernas storlek, där ett bättre resultat visas genom att kurvan når 100 procent vid ett lägre värde på differensen. För att informationen i de olika histogrammen skall framgå så tydligt som möjligt har de plottats med olika skala på x-axeln. Detta med anledning av att differensnivån är direkt beroende av den ursprungliga deformationen. Efter redovisningen av resultaten finns för varje testserie en analys av hur de olika transformationsmetoderna .

För att kunna få en grafisk uppfattning om hur metoderna fungerar finns kompletta skisser över samtliga testers resultat i bilaga 3. I de skisserna är differenserna i varje punkt plottade som vektorer.

4.1 Verkliga data med RTK-mätta kontrollpunkter

Den enda testserien i studien med verkliga data är den där 304 RTK-mätta punkter använts som facit. Anmärkningsvärt, med användandet av dessa punkter som facit, är att inmätningssmetoden medför en viss osäkerhet i koordinatbestämningen.

4.1.1 Resultaten i tabellform

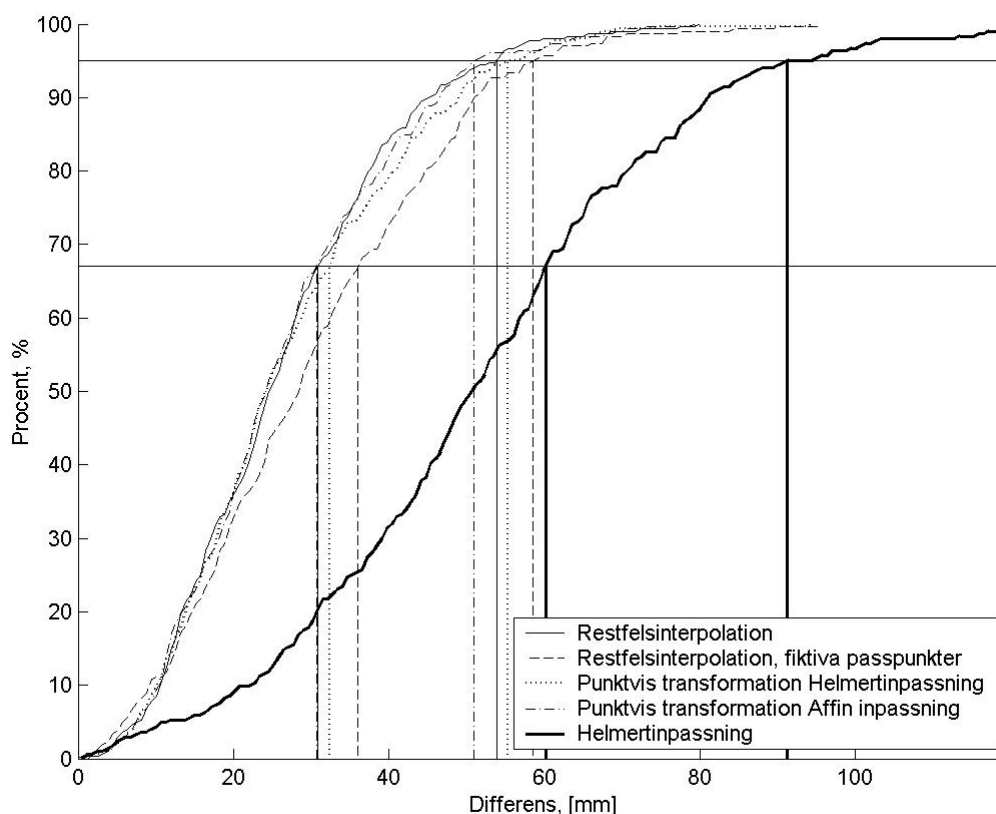
De fem olika transformationsmetodernas resultat kan ses i Tabell 1:

Tabell 1. Transformationsresultat i siffror.

Metod	Antal punkter m. Differens	Största differens [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
Restfelsinterpolation	304	79,7	26,8	14,14
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	304	95,6	30,2	16,84
Punktvis transf. Helmert-inpass.	304	94,7	27,6	15,21
Punktvis transf. affin inpass.	304	79,1	26,9	14,39
Helmert-inpassning	304	150,1	52,0	24,31

4.1.2 Histogram

Ett histogram visar fördelningen av differenser. Kurvan visar den procentuella andel punkter som har en differens som är mindre än det värde som återfinns på x-axeln. En metod som har en kraftigt lutande kurva och som når 100 % vid en lägre differens är med andra ord bättre än en som kommer till 100 % vid en högre differens. Lutningen på kurvan återspeglar sig i standardavvikelsen. Lägre standardavvikelse ger mer lutning av kurvan och tvärtom.



Figur 10. Histogram för verkliga data med RTK-mätta kontrollpunkter.

För att kunna jämföra de olika metoderna som använts är två olika procentnivåer, 67 och 95 procent, markerade i Figur 10 ovan. De värden på differenserna som 67 respektive 95 procent av punkterna understiger finns för varje metod redovisade i Tabell 2 nedan.

Tabell 2. Differenser i histogrammet. Storleken på den differens i mm som en viss andel understiger, nivåerna är satta till 67 och 95 procent. Alla värden i mm.

Metod	67 %	95%
Restfelsinterpolation	30,9	54,1
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	36,3	58,6
Punktvis transf. Helmert-inpassning	32,6	55,4
Punktvis transf. Affin inpassning	30,7	51,3
Helmert-inpassning	60,4	91,4

4.1.3 Analys

Uppsättningen med RTK-mätta kontrollpunkter är den enda som härstammar ifrån verkliga förhållanden. Att de punkter som använts till facit är inmätta med RTK-teknik medför att koordinaterna är bestämda med en viss osäkerhet, uppskattningsvis med en noggrannhet på 2 cm. Sammantaget resulterar det i att transformationsmetoderna söker resultera i en bild av verkligheten som inte är korrekt i ett matematiskt synsätt.

Som en kontroll av facit inpassades passpunkterna på varandra och passpunkterna i det lokala systemet transformerades till det nationella. De lokala koordinaterna till de punkter som inmätts med RTK-teknik transformerades med samma parametrar. Båda uppsättningarna reducerades med motsvarande punkts kända koordinaterna i det nationella systemet. Vid en grafisk visning av de differenser som då uppkommer skall vektorerna stämma överens mellan de olika uppsättningarna. Detta för att åskådliggöra att deformationerna i båda uppsättningarna är lika. Vilket kan studeras i Figur 6 på sidan 10. Då differensvektorerna är samspelta i båda uppsättningarna kan slutsatsen att de RTK-mätta punkterna omfattar samma deformationer som de lokala passpunkterna dras. De kontrollpunkter som är inmätta med RTK-teknik kan alltså mycket väl användas till att kontrollera hur väl de olika metoderna hanterar de deformationer som finns i systemet.

Transformationerna har över lag gett ett acceptabelt resultat. I Tabell 1 visas att i samtliga fyra metoder som tar hänsyn till restfelen har differenserna ett medelvärde som ligger mellan 26,8 mm och 30,2 mm. Dessa två medelvärden innehas av metoderna restfelsinterpolation respektive restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter. Dessa metoder har även den lägsta respektive högsta standardavvikelsen, 14,14 mm och 16,84 mm. Transformationen med Helmert-inpassning utan hänsyn till restfelen kan användas som referens för de metoder som hanterar deformationer. De differenser som 95 procent av punkterna underskred reducerades mellan 36 och 44 procent, med de metoder som hanterar deformationer, jämfört med Helmert-inpassningen. Motsvarande siffror vid 67 procentsnivån var 40 och 49 procent, se Tabell 2.

Sammanfattningsvis kan det antas att punktvis transformation med affin inpassning är den metod som hanterar deformationerna bäst. Den metod som har reducerat deformationerna minst är restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter.

Vid en studie av de grafiska resultaten⁸ framkommer att skillnaderna mellan metoderna är små. Differensvektorernas avvikelser mellan de fyra metoder som hanterar restfel är svåra att upptäcka grafiskt.

Det faktum att samtliga metoder ger differens i samtliga kontrollpunkter förklaras till viss del med att transformationerna skett med verkliga data. Alla punkter är därmed behäftade med en viss deformation. Restfelen i punkterna kan därför inte reduceras till noll, utan en viss differens finns i samtliga punkter. Även kontrollpunkternas osäkerhet i koordinatbestämningen bidrar till differens i samtliga punkter.

⁸ Grafiska resultat kan ses i bilaga 3, där samtliga resultat med restfelsvektorer finns plottade.

4.2 Konstruerade data där ett område deformerats åt ett håll

I denna testserie har 7714 punkter transformerats. Transformationsresultaten har i tabellerna delats upp beroende på om värdena i tabellerna tillhör punkter som är deformerade eller inte. Även värden för samtliga punkter är beräknade.

4.2.1 Resultaten i tabellform

Tabell 3. Transformationsresultat i siffror för samtliga 7714 transformerade punkter.

Metod	Antal punkter m. Differens	Största differens [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
Restfelsinterpolation	4043	9,8	0,0	0,81
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	5915	50,4	1,8	2,00
Punktvis transf. Helmert-inpass.	4312	15,1	1,3	1,70
Punktvis transf. affin inpass.	4311	7,1	0,5	0,92
Helmert-inpassning	7714	69,6	20,7	8,80

Tabell 4. Transformationsresultat för de 3320 punkter som deformerats.

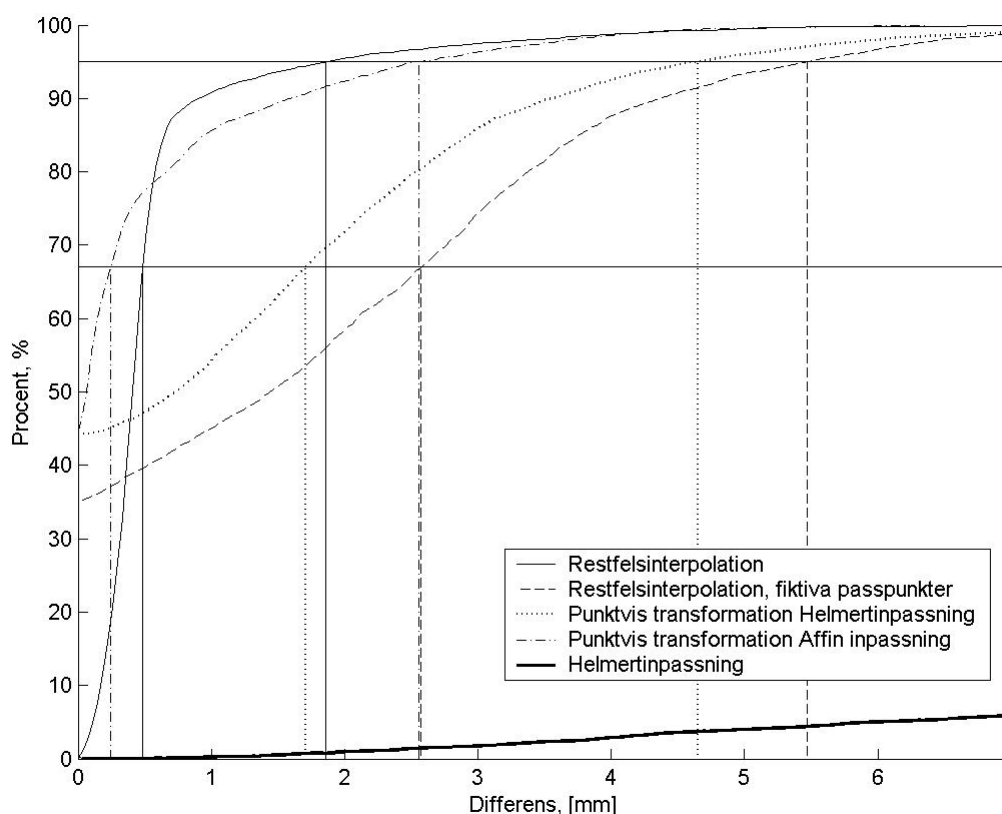
Metod	Antal punkter m. Differens	Största differens [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
Restfelsinterpolation	3291	7,8	0,3	0,55
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	3320	14,4	2,9	1,62
Punktvis transf. Helmert-inpass.	3320	15,1	2,4	1,72
Punktvis transf. affin inpass.	3318	5,9	0,5	0,65
Helmert-inpassning	3320	69,6	21,4	10,61

Tabell 5. Transformationsresultat för de 4394 punkter som inte deformerats.

Metod	Antal punkter m. Differens	Största differens [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
Restfelsinterpolation	752	9,8	0,3	0,96
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	2595	50,4	1,0	1,88
Punktvis transf. Helmert-inpass.	992	8,9	0,5	1,15
Punktvis transf. affin inpass.	993	7,1	0,5	1,08
Helmert-inpassning	4394	48,6	20,1	7,09

4.2.2 Histogram

Histogrammet i Figur 11 visar för samtliga transformationstester fördelningen av kvarvarande differenser för alla 7714 transformerade punkter.



Figur 11. Histogram för konstruerade data där ett område deformerats åt ett håll.

Tabell 6. Differenser i histogrammet för samtliga metoder vid de olika procentnivåerna. Alla värden i mm.

Metod	67 %	95%
Restfelsinterpolation	0,5	1,9
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	2,6	5,5
Punktvis transf. Helmert-inpassning	1,7	4,7
Punktvis transf. Affin inpassning	0,3	2,6
Helmert-inpassning	24,4	30,2

4.2.3 Analys

Testserien där ett område deformerats åt ett håll är en enkel form av deformation. Orsaken till att denna deformation har studerats är dock att den väl representerar hur delar av en deformation i ett lokalt system kan se ut.

Resultaten i testserien varierar mellan metoderna, se Tabell 3, Tabell 4 och Tabell 5. När alla punkter betraktas varierar den största differensen från 7,1 mm för punktvis transformation med affin inpassning till 50,4 mm för restfelsinterpolering med fiktiva passpunkter.

Motsvarande värden för restfelsinterpolering är 9,8 mm och punktvis transformation med Helmert-inpassning har värdet 15,1 mm. Metoden med fiktiva passpunkter har därmed inte klarat av att reducera den största differensen lika bra som de övriga tre metoderna. När endast de punkter som deformerats studeras är det endast metoden punktvis transformation med Helmert-inpassning som behåller samma värde på den största kvarvarande differensen, övriga metoder har ett lägre värde. De metoderna har med andra ord den största differensen på punkter som inte alls är deformerade.

Differensernas medelvärde, vilket varierar mellan 0,3 mm och 1,8 mm när samtliga punkter är jämförda, mellan 0,3 mm och 2,9 mm för de punkter som deformerats och mellan 0,3 mm och 1,0 mm för de punkter som inte deformerats. Det är i samtliga fall restfelsinterpolering som innehar det lägsta medelvärdet respektive restfelsinterpolering med fiktiva passpunkter som har det högsta. Standardavvikelsen för samtliga punkter delar in metoderna i två grupper. En där restfelsinterpolering (0,81 mm) och punktvis transformation med affin inpassning (0,92 mm) ingår, en innehållande punktvis transformation med Helmert-inpassning (1,70 mm) och restfelsinterpolering med fiktiva passpunkter (2,00 mm). Denna gruppering kan även urskiljas i histogrammet under rubrik 4.2.2. De metoder som ingår i den sistnämnda gruppen är de som hanterat deformationerna mindre bra. Samma gruppering kan även ses bland de punkter som deformerats.

Jämfört med Helmert-transformationen utan hänseende till restfel har dock samtliga metoder reducerat deformationen på ett acceptabelt sätt. Vid 95-procentsnivån i histogrammet, Figur 11, som visar samtliga transformerade punkter, har metoderna reducerat deformationerna mellan 82 och 92 procent. Motsvarande siffror vid 67-procentsnivån är 89 och 99 procent, se Tabell 6. I båda fallen tillhör det lägre värdet metoden restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter. Denna metod kan alltså inte betraktas som dålig, bara sämst bland de metoder som testats.

De redovisade antalet punkter med differens ger uppfattning om hur de olika metoderna arbetar. Den metod där alla transformerade punkter har kvar en differens är Helmert-inpassningen. Den metoden tar ingen hänsyn till restfel, utan gör en inpassning över hela området samtidigt. Det medför att alla punkter har kvarvarande differenser efter transformationen. Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter konstruerar egna passpunkter innan transformationen och på så sätt utjämnas deformationerna och en stor del av punkterna har kvarvarande differenser efter transformationen, även bland de punkter som inte är deformerade. Båda metoderna med punktvis transformation gör ett lokalt urval av passpunkter. Det medför att de passpunkter som ligger utanför deformationsområdet och inte har någon deformation inte får några differenser efter transformationen. De punkter som ändå har kvarvarande differens bland de som inte är deformerade ligger nära kanten av deformationsområdet och får därmed en differens. Metoden restfelsinterpolation är den metod som har minst antal punkter med kvarvarande deformationer.

De grafiska resultaten i bilaga 3 visar också skillnaden mellan de två grupper som beskrivits ovan. Metoderna punktvis transformation med Helmert-inpassning och restfelsinterpolering med fiktiva passpunkter har kvar differenser över hela det område som deformerats. Differenserna är med dessa metoder jämt spridda över hela deformationsområdet. Deformationerna med metoderna restfelsinterpolation och punktvis transformation med affin

inpassning ligger koncentrerade vid den tröskel⁹ som deformationen bildat. Deformationen av de punkter som ligger nära kanten av deformationsområdet är enligt definitionen antingen 0 eller 2 mm beroende på vilken sida om randen punkten ligger. Den linjära deformationen inom deformationsområdet är avståndsberoende och större ju längre bort från randen punkten ligger. Med den definition som deformationen är genomförd med kan den betraktas som en affin förvrängning. Transformationsmetoden som använder affin inpassning klarar därför av att reducera en stor del av deformationen. Mer anmärkningsvärt är att restfelsinterpolationen ger ett likvärdigt resultat. Det kan förklaras med att deformationen är helt linjär och att den inte består av några oregelbundna mönster. Restfelen i passpunkterna härstammar från samma deformation som återfinns hos den punkt vars restfel interpoleras fram. Detta leder till att resultatet har störst och flest kvarvarande differenser längst med deformationsområdets rand, där en tröskel på 2 mm finns mellan icke deformerat och deformerat område.

4.3 Konstruerade data där områden deformerats åt flera håll

4.3.1 Resultaten i tabellform

Differenserna för samtliga punkter redovisas på samma sätt som ovan i Tabell 7, Tabell 8 och Tabell 9.

Tabell 7. Transformationsresultat i siffror för samtliga 7714 transformerade punkter.

Metod	Antal punkter m. Differens	Största differens [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
Restfelsinterpolation	7472	21,3	1,4	2,53
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	7657	100,5	4,8	3,79
Punktvis transf. Helmert-inpass.	7578	32,5	4,1	3,03
Punktvis transf. affin inpass.	7576	56,9	1,9	2,64
Helmert-inpassning	7714	87,9	34,9	14,25

Tabell 8. Transformationsresultat för de 6974 punkter som deformerats.

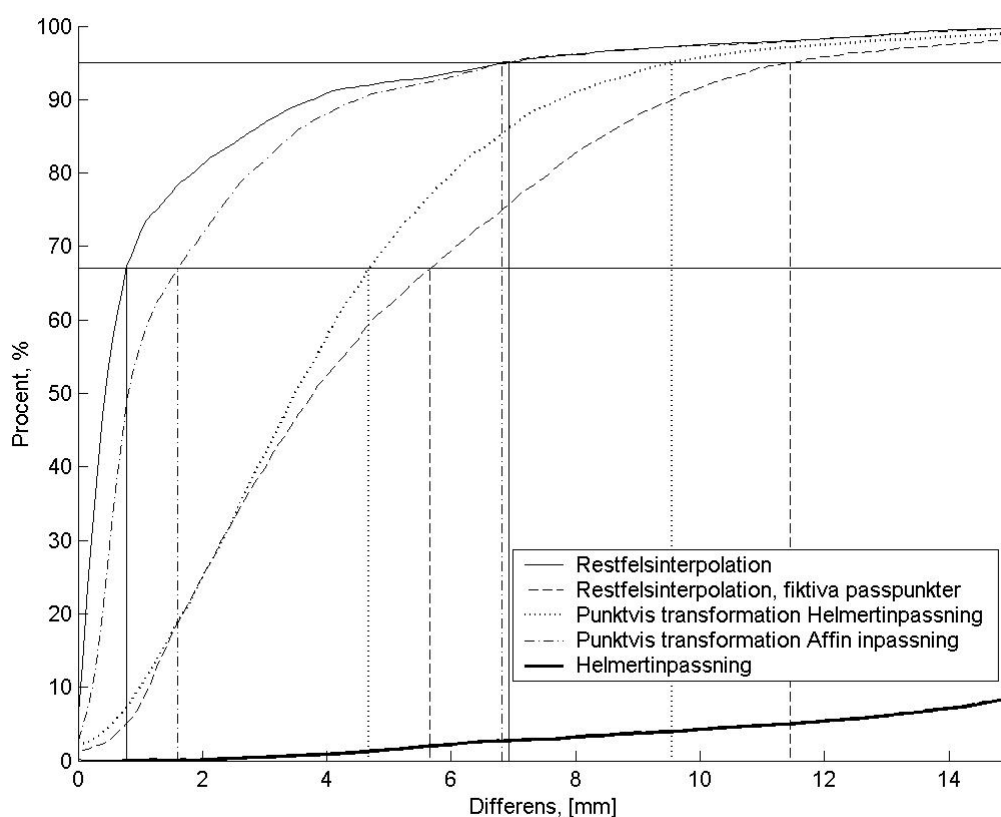
Metod	Antal punkter m. Differens	Största differens [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
Restfelsinterpolation	6964	21,3	1,4	2,56
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	6974	100,5	4,9	3,84
Punktvis transf. Helmert-inpass.	6973	32,5	4,2	3,04
Punktvis transf. affin inpass.	6974	56,9	1,8	2,67
Helmert-inpassning	6974	87,9	36,1	14,27

⁹ Med tröskel menas den kant som finns mellan det deformerade området och det område som inte deformerats. Enligt definitionen är deformationen som minst 2 mm. Deformationen gör med andra ord ett hopp på 2 mm mellan områdena.

Tabell 9. Transformationsresultat för de 740 punkter som inte deformerats.

Metod	Antal punkter m. Differens	Största differens [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
Restfelsinterpolation	508	12,0	1,6	2,29
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	683	12,8	4,1	3,18
Punktvis transf. Helmert-inpass.	605	11,8	3,1	2,81
Punktvis transf. affin inpass.	602	10,1	2,4	2,28
Helmert-inpassning	740	36,9	23,7	7,57

4.3.2 Histogram



Figur 12. Histogram för konstruerade data där områden deformerats åt flera håll.

Tabell 10. Differenser i histogrammet för samtliga metoder vid de olika procentnivåerna. Alla värden i mm.

Metod	67 %	95%
Restfelsinterpolation	0,8	7,0
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	5,7	11,5
Punktvis transf. Helmert-inpassning	4,7	9,6
Punktvis transf. affin inpassning	1,6	6,9
Helmert-inpassning	41,2	58,5

4.3.3 Analys

Denna deformation är en utvidgning av deformationen som analyserats ovan. Genom att överlagra flera deformationer av den typ som analyserats ovan bryta ner det regelbundna mönstret som den deformationen innebar. Förhoppningen var att de olika metodernas karaktärer skulle bli bättre framhävda.

Siffermässigt sett finns det två metoder som innehåller alla max- och min-värden på de tre kvalitetsmått största differens, medelvärde och standardavvikelse, med avseende på när differensen räknats på samtliga punkter och de punkter som är deformerade. Metoderna är restfelsinterpolering och restfelsinterpolering med fiktiva passpunkter, där den förra är den metod som har resulterat i de lägre värdena. Medelvärdet varierar mellan 1,4 mm och 4,8 mm, det är alltså stora skillnader mellan den bästa och sämsta metoden. Som referens kan dock medelvärdet av helmertinpassningen nämnas, det ligger på 34,9 mm. Reduceringen med samtliga metoder ligger alltså mellan 86 och 96 procent.

Tabell 8 visar transformationsresultaten för de punkter som är deformerade. I samtliga metoder återfinns den största differensen från tabell 7 här, med andra ord är det en punkt som blivit deformerad som har det största kvarvarande restfelet. Medelvärdena för de olika metoderna är av samma storleksordning som de där samtliga punkter ingick i beräkningen. I de fall då medelvärdet minskat i förhållande till beräkningen av samtliga punkter har transformationen av de odeformerade punkterna gett ett sämre resultat i genomsnitt. Av de 740 punkterna som inte deformerats varierar antal punkter som har kvarvarande differens från 508 (restfelsinterpolation) till 683 (restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter), Tabell 9. Helmert-inpassningen har kvarvarande differens i samtliga punkter. Den största differensen är reducerad till en likvärdig nivå för samtliga metoder, den ligger mellan 10,1 mm och 12,8 mm. Medelvärdet på differenserna har i två fall ökat från beräkningen med alla punkter, detta gäller metoderna restfelsinterpolation och punktviss transformation med affin inpassning. Det kan bero på att deformationsområdena börjar med en tröskel på 2 mm och att denna påverkar de odeformerade punkterna mer med de metoder som är mest lokalt anpassade.

Histogrammet, Figur 12, påvisar samma gruppindelning som återfinns i deformationen ovan. Skillnaden är att alla kvarvarande differenser är större, det blir en förskjutning av x-axeln. I histogrammet som hör till denna deformation täcker x-axeln intervallet 0 till 14 mm, motsvarande intervall för den förra deformationen var 0 till 7 mm. De metoder som utmärker sig som bättre är restfelsinterpolering och punktviss transformation med affin inpassning. Vid 95-procentsnivån skiljer det endast 0,1 mm mellan dessa metoder, 7,0 respektive 6,9 mm. Vid 67 procent redovisar dock metoden med affin inpassning dubbelt så hög differens, 1,6 mm mot 0,8 mm.

Den metod som enligt Tabell 10 har de hösta differenserna vid 67- och 95-procentsnivån är restfelsinterpolering med fiktiva passpunkter som alltså på alla sätt är den metod som har reducerat deformationen minst. Reduceringen gentemot Helmert-inpassningen uppgår till 89 och 82 procent vid 67- respektive 95-procentsnivån. Motsvarande procenttal för metoden restfelsinterpolering är 98 och 94 procent, och för punktviss transformation med affin inpassning är det 99 och 91 procent. Återigen är alltså ingen metod dålig, men rangordningen mellan metoderna är den samma som i testserien ovan.

Rangordningen mellan metoderna är den samma även när det gäller det antal punkter som har kvarvarande differens efter transformationen. Helmert-inpassningen har kvar differenser i samtliga av de 7714 punkter som transformerats, restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter

i 7657 av punkterna, båda punktvisa transformationerna i 7576-7578 av punkterna och restfelsinterpolationen i 7472 punkter.

Det faktum att samma mönster återspeglas i denna deformation som i deformationen ovan förklaras till viss del med att de individuella deformationerna som överlagrats är av samma linjära typ som den ovan. Det är dock inte hela förklaringen då flertalet av punkterna har deformerats åt olika håll.

4.4 Konstruerade data där en barriär införts

4.4.1 Resultaten i tabellform

Tabell 11. Transformationsresultat i siffror för samtliga 7714 transformerade punkter.

Metod	Antal punkter m. Differens	Största differens [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
Restfelsinterpolation	4427	93,9	4,1	9,66
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	6280	76,1	8,3	14,27
Punktvis transf. Helmert-inpass.	5030	78,8	7,2	13,30
Punktvis transf. affin inpass.	5030	79,5	6,8	12,98
Helmert-inpassning	7714	72,1	7,2	14,32

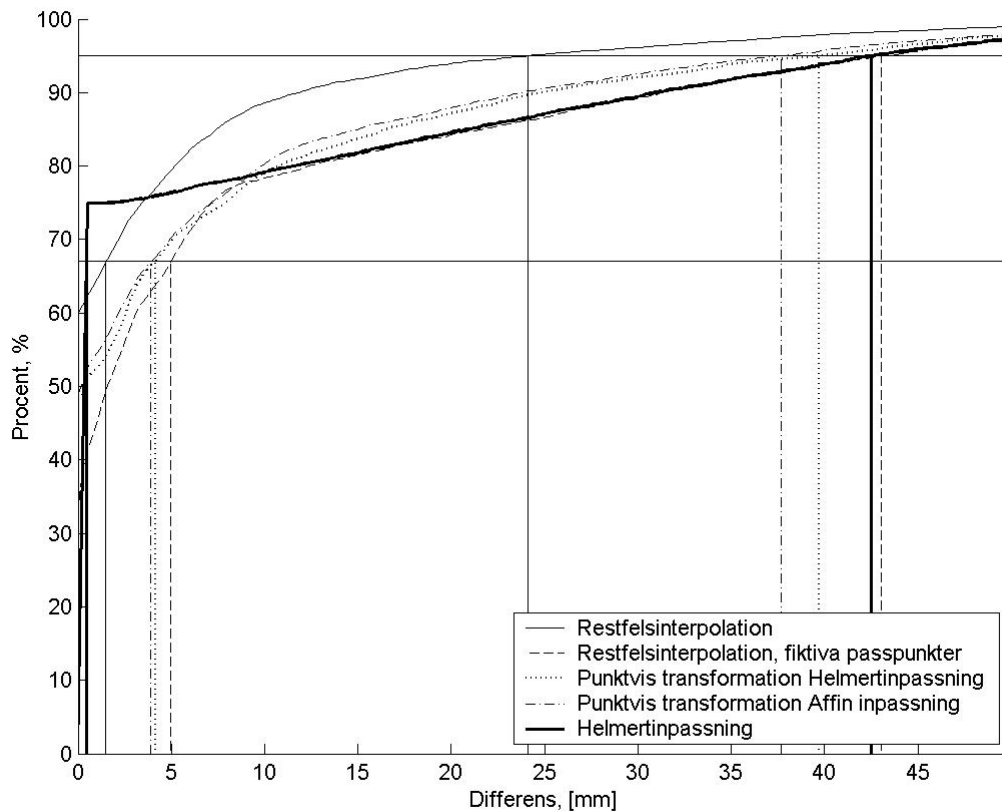
Tabell 12. Transformationsresultat för de 1929 punkter som deformerats.

Metod	Antal punkter m. Differens	Största differens [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
Restfelsinterpolation	1888	93,9	13,1	15,49
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	1929	76,1	28,1	16,56
Punktvis transf. Helmert-inpass.	1929	78,8	23,8	17,52
Punktvis transf. affin inpass.	1929	79,5	22,5	17,71
Helmert-inpassning	1929	72,1	27,7	16,19

Tabell 13. Transformationsresultat för de 5785 punkter som inte deformerats.

Metod	Antal punkter m. Differens	Största differens [mm]	Medelvärde [mm]	Standardavvikelse [mm]
Restfelsinterpolation	2539	25,4	1,1	2,95
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	4351	18,6	1,7	2,48
Punktvis transf. Helmert-inpass.	3101	24,2	1,7	3,47
Punktvis transf. Affin inpass.	3099	26,1	1,6	3,29
Helmert-inpassning	5785	0,5	0,4	0,05

4.4.2 Histogram



Figur 13. Histogram för konstruerade data där en barriär införs.

Tabell 14. Differenser i histogrammet för samtliga metoder vid de olika procentnivåerna. Alla värden i mm.

Metod	67 %	95 %
Restfelsinterpolation	1,6	24,2
Restfelsinterpolation, fiktiva passpunkter	5,1	43,1
Punktvis transf. Helmert-inpassning	4,3	39,8
Punktvis transf. affin inpassning	4,0	37,8
Helmert-inpassning	0,5	42,5

4.4.3 Analys

Deformationen har gjorts för att simulera en naturlig barriär som skär igenom det lokala koordinatsystemet. Det kan tex. vara en järnväg, då framför allt större bangårdar, som har gjort att det kommunala stornätet är delat på de två sidorna av barriären. Deformationen som beskrivits under 3.3.4 har egenskapen att det i mitten av området är störst deformation, och deformationen är riktad utifrån barriären.

Det är relativt få av punkterna i datasetet som är deformerade i testen, endast 1929 av totalt 7714 punkterna. För att kunna studera hur deformationen påverkar kringliggande punkter har dock hela datasetet ändå fått vara med i transformationerna. Resultaten har dock delats upp på samma sätt som tidigare.

Efter transformationerna är det med tanke på antalet deformerade punkter en relativt stor andel av punkterna som har en kvarvarande differens, både med avseende på samtliga punkter och de punkter som inte är deformerade. Den metod som har minst antal punkter med kvarvarande differens efter transformationen är restfelsinterpolation med 4427 punkter, med metoden där punktvis transformation med affin inpassning tillämpas är det 5030, vid Helmert-inpassning 5030 och efter restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter är det 6280 punkter som har kvar differens, se Tabell 11. Det är alltså samma ordning av metoderna som i de två övriga testserierna med konstruerade testdata. Orsaken till att så många av de odeformerade punkterna har differens är att barriären är placerad i tätorten där en stor andel av punkterna är belägna. Medelvärdena i tabell 13, som motsvarar de odeformerade punkterna, visar dock att det handlar om små differenser (medelvärdet varierar mellan 1,1 mm och 1,7 mm).

I jämförelsen av den största kvarvarande differensen skiljer resultatet sig dock åt ifrån de övriga testserierna, då det är restfelsinterpolation som har den största enskilda differensen och restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter som har den lägsta, 93,9 mm respektive 76,1 mm, med avseende på samtliga punkter. För båda metoderna med punktvis transformation är differenserna 78,8 mm vid Helmert-inpassning och 79,5 för affin inpassning. Det faktum att Helmert-inpassningen är den metod som har den totalt lägsta kvarvarande differensen (72,1 mm) är anmärkningsvärt, då denna metod inte tar någon hänsyn till deformationerna och restfelen i punkterna. Samtliga metoder som bearbetar restfelen ökar alltså den största kvarvarande differensen. Detta inträffar då metoderna med restfelsbehandling blandar in passpunkter på andra sidan barriären, som har en deformation som inte stämmer överens med den deformation som är representerad i den punkt som transformeras. Även de odeformerade punkterna har relativt höga kvarvarande differenser (18,6 mm till 26,1 mm), se tabell 13.

Resultatet att restfelsinterpolationen i detta fall har den högsta enskilda differensen kommer av deformationens definition. Då det i deformationen är ett stort hopp mellan närliggande passpunkter i mitten av deformationsområdet interpoleras ett restfel fram som lägger för stor vikt till de passpunkter som ligger på andra sidan barriären och som ingår i interpolationen av restfelet. Samtliga övriga metoder använder sig av fler passpunkter för att modellera de lokala deformationerna, vilket medför att fler passpunkter på ”rätt” sida om barriären påverkar transformationsresultatet.

Medelvärdet och tillhörande standardavvikelse är lägst för metoden restfelsinterpolation, 4,1 mm respektive 9,66 mm för samtliga punkter, 13,1 mm respektive 15,49 mm för de deformerade punkterna och 1,1 mm respektive 2,95 mm för de odeformerade, allt enligt tabellerna 11, 12 och 13. Att dessa värden är så låga jämfört med de övriga metoderna kommer av att då metoden interpolerar mellan passpunkter som alla är belägna på ena sidan av barriären fungerar mycket tillfredsställande. Metoden arbetar mindre bra då en eller fler av passpunkterna omfattas av en annan deformation. Denna effekt minskas av de övriga metoderna då dessa jämnar ut skarpa deformationsgränser i ett nät. Medelvärdet dras av restfelsinterpoleringen ned till denna nivå, trots att metoden var den som hade den högsta enskilda differensen. Den metod som har högst medelvärde och standardavvikelse i denna testserie är restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter, 8,3 mm i medelvärde och 14,27 mm i standardavvikelse för samtliga punkter.

Histogrammet, Figur 13, visar att det inte är så stora variationer mellan metoderna, men då skall det låga antalet deformerade punkter i deformationen tas i beaktande. De skillnader som

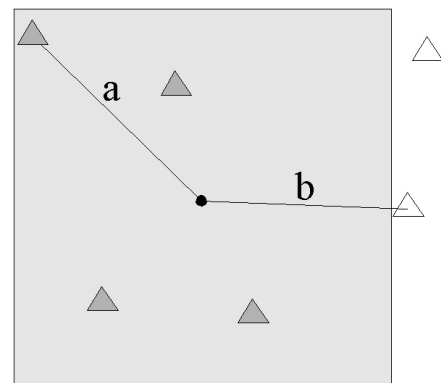
finns i histogrammet är alltså att betrakta som centrala. Den metod med de lägsta värdena vid både 67- och 95 procentsnivåerna är restfelsinterpolation, med 1,6 mm respektive 24,2 mm, Tabell 14. Båda metoderna med punktviss transformation har värden som liknar varandra. Differenserna är 4,0 mm och 4,3 mm vid 67 procent samt 37,8 och 39,8 mm vid 95 procent, i båda fallen är det affin inpassning som har de lägre värdena. Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter har differenserna 5,1 mm och 43,1 mm vid 76- respektive 95-procentsnivåerna. Det är med andra ord samma rangordning mellan metoderna som i de två förra testserierna.

5 Diskussion

Analyserna av de olika testserierna ovan visar i flera avseenden samma resultat. I de testserier där en egendefinierad deformation använts för att undersöka metodernas egenskaper att behandla deformationer är rangordningen mellan metoderna lika. Det kan bero på det sätt som deformationerna är definierade. Punkterna är i samtliga fall deformerade i en viss riktning med ett belopp som varierar linjärt med avståndet från en punkt eller linje. Deformationerna är alltså regelbundna och detta kan orsaka att metoderna ger liknande resultat.

Restfelsinterpolation är den metod som i samtliga testserier resulterat i den kurva som i histogrammen över lag ligger närmast y-axeln och har i flest fall lägst medelfel samt standardavvikelse. Därmed är det den metod som har reducerat deformationerna mest i denna studie. Metodens fördel är att den vid regelbundna deformationer hanterar dessa mycket bra. Restfelen som interpoleras fram ger i de flesta lägen en bra uppfattning av hur deformationen ser ut, det kan användas för att avgöra om någon passpunkt eventuellt skall uteslutas ur inpassningen. Nackdelen med metoden är att den ställer höga krav på passpunkterna vid transformationen. En passpunkt innehållande ett restfel som inte sammanfaller med övriga deformationer påverkar transformationen av närliggande punkter i allt för hög grad. Det är därför viktigt att restfelen i de passpunkter som används i inpassningen är relevanta. Ett exempel på hur metoden förstärker ett felaktigt restfel visas i testserien där deformationen simulerar en barriär.

Metoden restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter har visat sig vara den som reducerat restfelen minst i samtliga testserier. Tänkbara faktorer till dess resultat kan dels vara urvalsmetoden när de fiktiva passpunkterna skapas, dels densiteten av fiktiva passpunkter. Det sätt som passpunkterna har konstruerats på är med en ruta runt punkten. Denna ruta kan göra så att verkliga passpunkter som ligger i hörnet av rutan kommer med i inpassningen, medan en passpunkt som ligger närmare punkten, fast utanför rutan, inte kommer med. Figur 14 visar hur en passpunkt med avståndet (a) ingår i inpassningen medan passpunkten med avståndet (b) inte ingår. Teoretiskt kan avståndet (a) som mest vara 3535 meter och avståndet (b) kan som minst vara 2500 meter. Med andra ord kan en punkt som ligger mer än 1000 meter längre bort väljas före en punkt som kanske speglar deformationen bättre. Densiteten av verkliga passpunkter i Helsingborg kräver också att sökradien görs så stor att de lokala variationerna går förlorade. Tätheten av de fiktiva passpunkterna kan också spela in. I denna studie har endast en täthet av de fiktiva passpunkterna använts. Passpunkterna har ett inbördes avstånd av 1000 meter. För tester med fiktiva passpunkter med olika tätheter hänvisas till studien av Svanholm (2000).



Figur 14. Förklaring hur punkter som inte ligger närmast kan väljas som passpunkter.

De två metoder som transformerar genom punktvis transformation skiljer sig åt i resultat. Metoden med affin inpassning är den som i samtliga testserier reducerat deformationerna bäst. Det kan bero på definitionerna av de olika deformationerna. I de konstruerade deformationerna har punkterna flyttats linjärt åt ett viss håll, vilket kan ses vara lätthanterligt för affin transformation. Även vid transformationen av testserien med verkliga data är det punktvis transformation med affin inpassning som är den metod som reducerat

deformationerna mest. Vid punktviss transformation fås således en bättre lokal anpassning med affin inpassning än med en Helmert-inpassning. Vid ett koordinatsystemsbyte i Stavanger kommune, Norge, har programvaran NYTDAT¹⁰ med metoden punktviss transformation med Helmert-inpassning använts. Bytet gjordes 1996 och erfarenheter därifrån visar att bytet inte medförde några problem med spänningar i det nya koordinatsystemet (Solgaard, 1996).

Vilken metod som väljs för transformation av kartdata bör anpassas till de passpunkter som finns tillgängliga. Hela området som skall omfattas av transformationen skall täckas in med passpunkter som väl motsvarar de deformationer som finns i nätet. För att motverka eventuella transformationsproblem i randpunkter bör passpunkter finnas utanför det aktuella området. Passpunkterna skall väl motsvara de deformationer som finns i nätet. Därför bör passpunkternas kvalitet undersökas genom kontrollmätning från kringliggande stompunkter. Den metod som är känsligast för passpunkter av sämre kvalitet är restfelsinterpolation. Metoden klassar ett fel i en passpunkt som restfel i inpassningen och överför en stor del av felet till den transformerade punkten. De övriga metoderna jämnar ut inpassningsfelen genom att använda fler passpunkter i transformationen. Restfelsinterpolationen överför med andra ord variationer i passpunkternas restfel till den transformerade punkten i högre grad än de övriga metoderna. Om passpunkterna håller hög kvalitet är detta en bra egenskap, då lokala variationer i stomnätet tas till vara. Däremot om passpunkterna håller sämre kvalitet och restfelen i passpunkterna inte återspeglar nätets egentliga deformation är detta en nackdel. Det är då bättre att utjämna restfelen vid inpassningen genom ta med fler passpunkter i inpassningen. Felaktiga restfel överförs då inte till den transformerade punkten i lika hög grad, variationer i nätets homogenitet har inte lika stor inverkan på den transformerade punkten.

Vid ett koordinatsystemsbyte flyttas all existerande kartdata till ett nytt referenssystem. När två intilliggande områden överförs till samma referenssystem kommer effekter av deformationerna visa sig i skarven mellan områdena. Det nya systemet kommer inte att vara enhetligt, skarvarna kommer att framträda tydligt. För att undvika skarvproblem vid ett kommunalt koordinatsystemsbyte bör passpunkter i utkanterna delas med den aktuella grannkommunen, och mätas in av båda kommunerna i respektive koordinatsystem. När passpunkterna ingår i respektive kommuns inpassning kommer deformationerna att utjämnas och restfelen i skarven kommer att vara av samma storlek som restfelen i övriga området. Därmed minimeras skarvarna och all data blir enhetlig med avseende på andra kommuner angränsande till den där koordinatsystemsbytet är genomfört. Detta är särskilt viktigt då utbyte av data görs mellan kommuner.

5.1 Framtida undersökningar

Vid transformation med restfelsinterpolering påverkas den transformerade punkten av variationer i stomnäten. I områden av stomnäten där passpunkternas restfel är tvivelaktiga skulle en förfining av transformationsförfarandet kunna ske. Antingen genom att passpunkter med låg kvalitet ersätts med fiktiva passpunkter som beräknas på det sätt som beskrivits under 2.1.2, eller att området delas upp i delområden som i sig innehåller mindre deformationer än hela området. Om ett fåtal passpunkter med låg tillförlitlighet ersätts med fiktiva passpunkter kan fördelarna med att utjämna restfel av låg kvalitet och tillvaratagande av variationer i representativa restfel kombineras.

¹⁰ Programvaran beskrivs ingående under avsnitt 2.2.

Ett ämne som också bör studeras är hur geometriska objekt påverkas av en transformation. Exempel på detta är en rät gränslinje som flera fastigheter ansluter till. Fastigheternas hörnpunkter är koordinatbestämda och ligger på gränslinjen. Efter transformationen kan linjen ha deformerats och det har bildats brytpunkter på gränslinjen.

6 Slutsatser

Ur studiens undersökningar och jämförelser kan följande slutsatser dras:

Restfel reduceras väsentligt om en metod som hanterar deformationer används.

Vid överföring av kartdata mellan olika koordinatsystem reduceras passfelen väsentligt om en metod som behandlar deformationer används. Jämfört med metoden som enbart gör en Helmert-inpassning har samtliga metoder som behandlar deformationer reducerat passfelen kraftigt.

Restfelsinterpolering och punktviss transformation med affin inpassning ger bäst resultat i samtliga tester.

I samtliga testserier har metoderna restfelsinterpolation och punktviss transformation med affin inpassning gett bäst resultat. Trots att de behandlar deformationer på helt skilda sätt visar transformationstesterna att dessa metoder genomför restfelsreduceringen till lika hög utsträckning.

Problem med avvikande restfel vid restfelsinterpolering.

När en passpunkt innehåller ett restfel som skiljer sig ifrån närliggande passpunkters restfel viktas denna för högt vid transformation med restfelsinterpolation. Detta leder till att transformerade punkter vars restfel interpolerats från denna passpunkt får en sämre modellerad restfelskorrektion.

Passpunkterna är viktiga.

Vid ett koordinatsystemsbyte bör passpunkterna väljas ut noggrant. Deformationerna i koordinatsystemet skall kartläggas och studeras. Passpunkter vars restfel inte överensstämmer med närliggande passpunkters bör studeras närmare. Då en passpunkt av detta slag kan göra mer skada än nytta vid transformationen bör en eventuell uteslutning ur inpassningsförfarandet övervägas.

Affin inpassning är bättre än Helmert-inpassning vid punktviss transformation.

Genom att modifiera metoden punktviss transformation med Helmert-inpassning, genom att göra en affin inpassning med samma urval av passpunkter, blir metoden mer lokalt anpassad. Därmed ökar metodens restfelsreducering avsevärt.

Skarvproblem mellan kommuner.

Passpunkter mellan två områden med olika koordinatsystem bör mätas in och användas i inpassningen av båda områdena. Detta för att minimera eventuella skarvproblem i det nya referenssystemet, som annars skulle uppkomma.

Avsnittet ovan pekar på de slutsatser som kan dras efter att ha genomfört denna studie. Sammantaget är det viktigaste vid ett koordinatsystemsbyte att alla passpunkterna väl modellerar de deformationer som finns i koordinatsystemet. Vid transformation av ett område med varierande deformationer krävs att passpunkterna ligger tätare. Om de punkter som är ämnade till att vara passpunkter under transformationen uppfyller detta klarar samtliga metoder av att reducera större delen av restfelen.

Litteraturförteckning

Engberg, L. (2001). *Geodesi 2000 – svensk geodesiverksamhet under kommande tioårsperiod*. Lantmäteriet, Gävle. ISSN 0280-5731 LMV-rapport 2001:1

Karlsson, B. Löfquist, R. (1987). *Koordinatsystemsbyte i kommunala nät*. Lantmäteriet, Gävle. ISSN 0280-5731 LMV-rapport 1987:12

Kvarnström, L. (1999). *GPS-anslutning av kommunalt stornät*. SKMF, MätKart 96

Lantmäteriet. (1994). *Handbok till mätningenskungörelsen, Geodesi, Detaljmätning (HMK-Ge:D)*. Lantmäteriet, Gävle. ISBN 91-7774-041-6

Lantmäteriet. (1993). *Handbok till mätningenskungörelsen, Geodesi, Stommätning (HMK-Ge:S)*. Lantmäteriet, Gävle. ISBN 91-7774-041-6

Lantmäteriet. (2000). *RefStrat – Strategier för referenssystem och referensnät*. Lantmäteriet, Gävle. ISSN 0280-5731 LMV-rapport 2000:5

Lantmäteriet. (2001). *Övergång till ett enhetligt nationellt referenssystem för lägesbestämning, rapport över ett regeringsuppdrag*. Lantmäteriet, Gävle.

Norkart AS. *Brugerbeskrivelse V/G-Kart*.

Solgaard, E J. (1996). *Transformasjon av eiendomskart til EUREF89 – Erfaringer fra Stavanger*. Stavanger kommune, Stavanger.

Svanholm, N. (2000). *Jämförelse av olika metoder att överföra kartdetaljer till ett nytt koordinatsystem*. Lantmäteriet, Gävle. ISSN 0280-5731 LMV-rapport 2000:4

Bilaga 1. Beskrivning av programvaran GTRANS

Här följer ett utdrag ur programvaran GTRANS' hjälpavsnitt. Programmet är utvecklat av Lantmäteriet och används till att transformera data mellan olika koordinatsystem. För mer information om programmet hänvisas till programmets hjälpavsnitt eller Bo-Gunnar Reit, LF-Geodesi, Lantmäteriet, Gävle. Den version som använts i studien är version 3.50.

GTRANS är ett program med funktioner för att lagra uppgifter om koordinatsystem och koordinattransformationer av alla slag som förekommer inom geodesi och kartografi. De vanligast förekommande transformationerna är:

Empiriska (skapade genom inpassningar):

Helmert-transformation (plan; 4 parametrar)
Konforma och allmänna polynom (plan)
Helmert-transformation (3D; 7 parameter)

Definitionsmässiga:

Kartprojektioner inklusive översräkningar mellan olika medelmeridianer
Övergång mellan geocentriska koordinater och geografiska (lat, long)

GPASS är en programmodul för beräkning av parametrar för koordinattransformation i planet genom inpassning mellan två plana koordinatsystem. Restfel och grundmedelfel beräknas. Även inpassning i höjd kan utföras i samma beräkning.

Beräkningsalternativ PLAN:

KDIFF	koordinatdifferenser direkt
TRANSLATION	2 obekanta (x & y-translation)
UNITÄR	3 obekanta (x & y-translation, vridning)
HELMERT	4 obekanta (x & y-translation, vridning, skala)
AFFIN	6 obekanta (x & y-translation, vridning, x-skala, y-skala, affinitet)
KONFORM	konforma polynom av gradtal 1 - 21
POLYNOM	allmänna polynom av gradtal 1 - 8

Beräkningsalternativ HÖJD:

HDIFF	höjddifferenser
TRANSLATION	1 obekant (höjdtranslation)
LUTANDE_PLAN	3 obekanta (lutande plan)
POLYNOM	allmänt polynom

Då en inpassning utförs skapas en fil med transformationsdata, TF-fil, som används när kartdata skall transformeras. Om residualerna från inpassningen sparats kan TF-filen användas som indata till triangulation och restfelsinterpolation i programmodulen TRIAD.

I TRIAD kan en triangulation skapas över passpunkterna i en inpassning, restfelen i punkterna interpoleras för att få bättre lokal anpassning och entydighet i de transformerade passpunkternas koordinater. Indata till TRIAD är passpunkternas koordinater plus restvektorer i punkterna.

Interpoleringen utförs i trianglar, baserade på passpunkterna. En så kallad Delaunay- eller "optimalt likvinklig" triangulation anses bäst lämpad för interpolering. Den bildas inom det konvexa höljet för alla passpunkter, som en heltäckande, icke-överlappande triangulation. Ett problem är att det ofta bildas "platta" trianglar i närheten av randen till konvexa höljet. Dessa är olämpliga för interpolering. För punkter utanför konvexa höljet måste extrapolering utföras. För att minska dessa problem bör passpunkter som ligger något utanför tillämpningsområdet finnas.

Interpoleringen utförs linjärt i trianglarna, i passpunkterna fås de exakta tillskotten medan det i punkter mellan passpunkterna erhålls kontinuerligt interpolerade tillskott. Tillskotten är uppdelade i x-led respektive y-led, och interpoleras var för sig. Interpolation av respektive tillskott kan liknas vid beräkning av z-värde i en punkt på en plan yta. De tre passpunkterna definierar ytan. De plana koordinaterna är givna och tillskottet (i exempelvis x-led) representerar z-värdet. Genom planets ekvation kan sedan ett z-värde erhållas för en godtycklig punkt på ytan med givna plana koordinater. Det beräknade z-värdet motsvarar då tillskottet (i det här fallet i x-led) i den aktuella punkten. När tillskott i x- och y-led är beräknade var för sig kan ett radiellt tillskott beräknas.

Om en nypunkt ligger utanför det konvexa höljet, måste extrapolering göras. Den sker också linjärt, mellan de två närmaste randpunkterna. Interpoleringen beräknas med avseende på den punkt på linjen mellan randpunkterna där en tänkt linje ut till den nya punkten skär randpunkternas linje vinkelrätt. Den nya punktens avstånd från randpunkternas linje har alltså ingen betydelse för beräkningen av de interpolerade tillskotten i x- och y-led.

Bilaga 2. M-filer som använts i studien

De M-filer som här redovisas är de som är viktigast i studien. Utöver dessa har några mindre M-filer tagits fram för att underlätta i arbetet men de är inte av intresse för studiens resultat.

Utdrag ur Deformera.m

Här redovisas delar ur M-filen som deformerar ett befintligt stomnät. Endast de avsnitt ur filen som används för respektive uppgift redovisas.

Del av Deformera.m som deformerar ett hörn av området

```
fil = input(' Fil som skall deformeras: ','s');      %%% Startfil anges
[id,A,B] = textread(fil,'%f%f%f');                 %%% Filen läses

maxdef = input(' Max deformation: ');              %%% Största deformation
mindef = input(' Min deformation: ');              %%% Minsta deformation

antal_punkter = size(A);                          %%% Punkterna räknas

Def_punkt(1,1) = fix((max(A)+(max(A)-min(A))/4));    %%% Deformationpunktens
Def_punkt(1,2) = fix((min(B)-(max(B)-min(B))/4));    %%% koordinater beräknas

Def_avstand =
    fix((sqrt((Def_punkt(1,1)-max(A))^2+(Def_punkt(1,2)-min(B))^2))*3);
                                                    %%% Radie på deformationsområde beräknas
                                                    %%% som tre gånger avståndet
                                                    %%% deformationspunkt-närmsta stompunkt

Avstand = sqrt((A(:)-Def_punkt(1,1)).^2+(B(:)-Def_punkt(1,2)).^2);
                                                    %%% Avstånden mellan deformationspunkten
                                                    %%% och alla stompunkterna beräknas

x1 = min(Avstand);                                %%% Parametrar för deformationens
y1 = maxdef;                                       %%% fördelning över
y2 = mindef;                                       %%% deformationsområdet
x2 = Def_avstand;                                  %%% definieras.

m = (x1*y2-y1*x2)/(x1-x2);                        %%% Deformationen blir
k = (y1-m)/x1;                                    %%% linjär.

for i=1:antal_punkter(1,1)

    Def_riktning(i)=(atan2((Def_punkt(1,2)-B(i)),(Def_punkt(1,1)-A(i))));
                                                    %%% Deformationsriktningen beräknas
    if Avstand(i) < Def_avstand
        Deformation(i) = Avstand(i)*k + m;        %%% Absolut deformation för de
                                                    %%% stompunkter inom deformationsområdet
    else
        Deformation(i) = 0;                       %%% Ingen deformation för de punkter som
                                                    %%% ligger utanför.
    end
end

A_ut=A + cos(Def_riktning).*Deformation';        %%% Deformationen påförs
B_ut=B + sin(Def_riktning).*Deformation';        %%% koordinaterna.
```

Del av Deformera.m som deformerar området i flera riktningar

Koden påminner till stor del om koden där området deformeras åt ett håll. En FOR-sats runt den verksamma delen samt fyra olika deformationspunkter är det väsentliga som skiljer.

```
fil = input(' Fil som skall deformeras: ','s');      %%% Startfil anges

[id,A,B] = textread(fil,'%f%f%f');                %%% Filen läses
antal_punkter = size(A);                          %%% Punkterna räknas

maxdef = input(' Max deformation: ');              %%% Största deformation
mindef = input(' Min deformation: ');              %%% Minsta deformation

Def_punkt(1,1) = 34170;                            %%% Fyra deformationspunkter definieras
Def_punkt(1,2) = -13957;
Def_punkt(2,1) = 0;
Def_punkt(2,2) = 0;
Def_punkt(3,1) = 35000;
Def_punkt(3,2) = 12000;
Def_punkt(4,1) = 22000;
Def_punkt(4,2) = 27000;

defavstand = [32600;18900;16300;14100];           %%% Radierna på deformationenszonerna
antal_defpakter = size(defavstand);                %%% definieras

for i = 1:antal_defpakter(1,1)                    %%% FOR-sats beräknar avstånd från alla
    Avstand(:,i)=sqrt((A(:)-Def_punkt(i,1)).^2+(B(:)-Def_punkt(i,2)).^2); %%% punkter till alla deformationspunkter

    x1(i,1) = min(Avstand(:,i));                  %%% Begränsar deformationszonerna
end

y1 = defmax;                                       %%% Parametrar för deformationens
y2 = defmin;                                       %%% fördelning över
x2 = defavstand;                                   %%% deformationsområdet
                                           %%% definieras.

m=(x1*y2-y1*x2)./(x1-x2);
k=(y1-m)./x1;

for i2 = 1:antal_defpakter(1,1)
    for i3 = 1:antal_punkter(1,1)
        Riktning(i3,i2)=(atan2((Def_punkt(i2,2)-B(i3)),(Def_punkt(i2,1)-A(i3)))); %%% Deformationsriktningen beräknas

        if Avstand(i3,i2) < defavstand(i2)
            Deformation(i3)=Avstand(i3,i2)*k(i2)+m(i2); %%% Absolut deformation för de
                                                    %%% stompunkter inom deformationsområdet

        else
            Deformation(i3)=0; %%% Ingen deformation för de punkter som
                                                    %%% ligger utanför.

        end
    end
end
A = A+cos(Riktning(:,i2)).*Deformation'; %%% Deformationen påförs
B = B+sin(Riktning(:,i2)).*Deformation'; %%% koordinaterna.
end
```

Del av Deformera.m där en barriär simuleras

```

fil = input(' Fil som skall deformeras: ','s');      %%% Startfil anges
[id,B,A] = textread(fil,'%f%f%f');                 %%% Filen läses
antal = size(id);                                  %%% Punkterna räknas

deflinje_A = [12600; 13000];                       %%% Barriären definieras
deflinje_B = [16000; 5000];
mittpkt(1,1) = (deflinje_B(1,1)+deflinje_B(2,1))/2; %%% Barriärens mittpunkt beräknas
mittpkt(2,1) = (deflinje_A(2,1)+deflinje_A(1,1))/2;

k = (deflinje_B(2,1) - deflinje_B(1,1)) / (deflinje_A(2,1) - deflinje_A(1,1));
m = deflinje_B(1,1) - k * deflinje_A(1,1);          %%% Barriärens linjefunktion beräknas

k2 = -1/k;                                         %%% Rätvinklig linje som skär genom
m_tvar = mittpkt(1,1) - k2 * mittpkt(2,1);         %%% barriärens mittpunkt beräknas.

m_vektor = B - k2*A;                               %%% Samtliga punkters m-värden beräknas
m_vektor_tvar = B - k*A;                           %%%      "-      "-      "-      "-

x = (m_vektor - m)/(k - k2);                       %%% Samtliga punkters skärningar längs
y = k*x + m;                                        %%% barriärens linje beräknas.
x_tvar = (m_vektor_tvar - m_tvar)/(k2 - k);        %%% Skärningarna längs den rätvinkliga
y_tvar = k2*x_tvar + m_tvar;                       %%% linjen beräknas.

defavstand = 2000;                                  %%% Zonen utifrån barriären = 2000 meter
avstand_1 = sqrt((x - A).^2 + (y - B).^2);          %%% Punkternas avstånd till barriären

pkterondeflinje = find(x >= deflinje_A(1,1) & x <= deflinje_A(2,1) & avstand_1 < defavstand);
% De punkter som ligger inom
% deformationszonen väljs ut

antal_2 = size(pkterondeflinje);                    %%% Punkterna räknas

deflinje_langd =
sqrt((deflinje_A(1,1)-deflinje_A(2,1))^2 + (deflinje_B(1,1)-deflinje_B(2,1))^2);
% Barriärens längd

avstand_2 =
sqrt((x(pkterondeflinje) - deflinje_A(1,1)).^2 + (y(pkterondeflinje) - deflinje_B(1,1)).^2);
% Avstånd från barriärens övre ändpunkt
% till skärningspunkterna

ratio = avstand_2 / (deflinje_langd / 2);           %%% Förhållanden mellan avstånd längs
% barriären.
ratio_test = find(ratio >= 1);                      %%% Punkter som ligger på barriärens
% undre hälft väljs ut.
ratio(ratio_test) = 2 - ratio(ratio_test);          %%% Förhållandet för punkterna görs om.

fi = asin(abs(B(1) - y(1))/(sqrt((x(1) - A(1))^2 + (y(1) - B(1))^2)));
% Den rätvinkliga linjens bäring.

avstand_ratio = avstand_1(pkterondeflinje) / defavstand;
% Förhållanden mellan avstånd tvärs
% barriären.
defmax = 0.075;                                     %%% Största deformation definieras.
defmin = 0.002;                                     %%% Minsta deformation definieras.

% Koordinater för den rätvinkliga linjens ändpunkter beräknas.
tvarlinje_A(1,1) = mittpkt(1,1) - defavstand * sin(fi);
tvarlinje_A(2,1) = mittpkt(1,1) + defavstand * sin(fi);
tvarlinje_B(1,1) = mittpkt(2,1) - defavstand * cos(fi);
tvarlinje_B(2,1) = mittpkt(2,1) + defavstand * cos(fi);

% Linjefunktioner för randens linjer beräknas.
k_1 = (tvarlinje_A(1,1) - deflinje_B(1,1)) / (tvarlinje_B(1,1) - deflinje_A(1,1));
m_1 = tvarlinje_A(1,1) - k_1 * tvarlinje_B(1,1);
m_11 = mittpkt(1,1) - (-1 / k_1) * mittpkt(2,1);
k_2 = (tvarlinje_A(2,1) - deflinje_B(1,1)) / (tvarlinje_B(2,1) - deflinje_A(1,1));
m_2 = tvarlinje_A(2,1) - k_2 * tvarlinje_B(2,1);
m_22 = mittpkt(1,1) - (-1 / k_2) * mittpkt(2,1);
k_3 = (tvarlinje_A(2,1) - deflinje_B(2,1)) / (tvarlinje_B(2,1) - deflinje_A(2,1));
m_3 = tvarlinje_A(2,1) - k_3 * tvarlinje_B(2,1);
m_33 = mittpkt(1,1) - (-1 / k_3) * mittpkt(2,1);
k_4 = (tvarlinje_A(1,1) - deflinje_B(2,1)) / (tvarlinje_B(1,1) - deflinje_A(2,1));
m_4 = tvarlinje_A(1,1) - k_4 * tvarlinje_B(1,1);
m_44 = mittpkt(1,1) - (-1 / k_4) * mittpkt(2,1);

```

```

%%% Avståndet mellan barriärens mittpunkt och randen beräknas.
x_1 = (m_11 - m_1) / (k_1 + 1/k_1);
y_1 = k_1 * x_1 + m_1;
distans = sqrt((mittpkt(2,1) - x_1)^2 + (mittpkt(1,1) - y_1)^2);

%%% Deformationen definieras som linjär med största deformation i centrum.
y1 = defmin;
y2 = defmax;
x1 = 0;
x2 = 1;
k_def = (y2 - y1)/(x2 - x1);
m_def = y1 - x1 * k_def;

%%% Punkterna klassas efter vilken sida om barriären de ligger, övre eller undre delen.
sida_x = A(pkterondeflinje) - x(pkterondeflinje);
sida_x = sida_x./abs(sida_x);
sida_y = B(pkterondeflinje) - y_tvar(pkterondeflinje);
sida_y = sida_y./abs(sida_y);

%%% FOR-sats som beräknar de enskilda punkternas deformation.
for i = 1:antal_2(1,1) %%% Endast första IF-satsen kommenteras

if avstand_ratio(i) < ratio(i) %%% Kontroll att punkten skall deformeras
    if sida_x(i) == -1 & sida_y(i) == 1 %%% Kontroll av var punkten ligger

        m_temp = B(pkterondeflinje(i)) - (-1 / k_1) * A(pkterondeflinje(i));
        %%% M-värde för linjen som skär punkten
        %%% och är rätvinklig till randen.

        x_temp = (m_temp - m_1) / (k_1 + 1/k_1); %%% Punktens projektion på randen i x-led
        y_temp = k_1 * x_temp + m_1; %%% Punktens projektion på randen i y-led

        dist = sqrt((x_temp - A(pkterondeflinje(i)))^2 + (y_temp - B(pkterondeflinje(i)))^2);
        %%% Avstånd från punkten till randen

        deform(i) = -1 * (k_def * (dist/distans) + m_def);
        %%% Punktens radiella deformation. Ett
        %%% förhållande mellan avstånden till
        %%% randen bildas och ligger till grund
        %%% för deformationen

    end

    if sida_x(i) == 1 & sida_y(i) == 1
        m_temp = B(pkterondeflinje(i)) - (-1 / k_2) * A(pkterondeflinje(i));
        x_temp = (m_temp - m_2) / (k_2 + 1/k_2);
        y_temp = k_2 * x_temp + m_2;
        dist = sqrt((x_temp - A(pkterondeflinje(i)))^2 + (y_temp - B(pkterondeflinje(i)))^2);
        deform(i) = (k_def * (dist/distans) + m_def);
    end

    if sida_x(i) == 1 & sida_y(i) == -1
        m_temp = B(pkterondeflinje(i)) - (-1 / k_3) * A(pkterondeflinje(i));
        x_temp = (m_temp - m_3) / (k_3 + 1/k_3);
        y_temp = k_3 * x_temp + m_3;
        dist = sqrt((x_temp - A(pkterondeflinje(i)))^2 + (y_temp - B(pkterondeflinje(i)))^2);
        deform(i) = (k_def * (dist/distans) + m_def);
    end

    if sida_x(i) == -1 & sida_y(i) == -1
        m_temp = B(pkterondeflinje(i)) - (-1 / k_4) * A(pkterondeflinje(i));
        x_temp = (m_temp - m_4) / (k_4 + 1/k_4);
        y_temp = k_4 * x_temp + m_4;
        dist = sqrt((x_temp - A(pkterondeflinje(i)))^2 + (y_temp - B(pkterondeflinje(i)))^2);
        deform(i) = -1 * (k_def * (dist/distans) + m_def);
    end

else
    deform(i) = 0; %%% För punkter utanför deformationszonen
    %%% är deformationen = 0
end

end %%% Slut på FOR-satsen

%%% Deformationen tillförs punkterna
A(pkterondeflinje) = A(pkterondeflinje) + deform'*cos(fi);
B(pkterondeflinje) = B(pkterondeflinje) + deform'*sin(fi);

```


Utdrag ur Punktvis-Helmert.m

Utöver den kod som redovisas finns även kod för filhantering samt skapandet av en logg-fil med i M-filen som använts i studien.

```
%%% Filer som skall ingå i transformationen anges.
fil_trans = input(' Fil som skall transformeras: ','s');
fil_pass_lok = input(' Fil som innehåller passpunkter i från-systemet: ','s');
fil_pass_rix = input(' Fil som innehåller passpunkter i till-systemet: ','s');

%%% Filerna läses in.
[id_trans, A_trans, B_trans] = textread(fil_trans, '%f%f%f');
[id_pass_lok,A_pass_lok,B_pass_lok] = textread(fil_pass_lok,'%f%f%f');
[id_pass_rix,A_pass_rix,B_pass_rix] = textread(fil_pass_rix,'%f%f%f');

id_trans_stor = size(id_trans); %%% Punkterna räknas

sokradie = input(' Sökradie i meter: '); %%% Sökradien definieras

%%% FOR-sats som utför punktvis transformation
for i = 1:id_trans_stor(1,1)

    riktning_alla = (atan2((A_pass_lok-A_trans(i)),(B_pass_lok-B_trans(i))))*200/pi+200;
    %%% Riktning till alla passpunkter
    %%% beräknas från den punkt som skall
    %%% transformeras.

    %%% Passpunkterna klassas till kvadranter
    [kvadrant1_rad,kvadrant1_kol] = find(riktning_alla >= 0 & riktning_alla < 100);
    [kvadrant2_rad,kvadrant2_kol] = find(riktning_alla >= 100 & riktning_alla < 200);
    [kvadrant3_rad,kvadrant3_kol] = find(riktning_alla >= 200 & riktning_alla < 300);
    [kvadrant4_rad,kvadrant4_kol] = find(riktning_alla >= 300 & riktning_alla < 400);

    %%% Passpunkterna i varje kvadrant räknas
    storlek1 = size(kvadrant1_rad);
    storlek2 = size(kvadrant2_rad);
    storlek3 = size(kvadrant3_rad);
    storlek4 = size(kvadrant4_rad);

    %%% Passpunkterna sorteras till respektive kvadrant
    x_kvad1 = A_pass_lok(kvadrant1_kol,1);
    y_kvad1 = B_pass_lok(kvadrant1_kol,1);
    x_kvad2 = A_pass_lok(kvadrant2_kol,1);
    y_kvad2 = B_pass_lok(kvadrant2_kol,1);
    x_kvad3 = A_pass_lok(kvadrant3_kol,1);
    y_kvad3 = B_pass_lok(kvadrant3_kol,1);
    x_kvad4 = A_pass_lok(kvadrant4_kol,1);
    y_kvad4 = B_pass_lok(kvadrant4_kol,1);

    fortsatt = 0; %%% Styrparameter
    antalpkt = 1; %%% Styrparameter
    antal_stamp = antalpkt ; %%% Styrparameter
    sokradie_test = sokradie; %%% Sökradien kopieras

    %%% Här följer en WHILE-sats för varje kvadrant. Ett urval bestående av minst en
    %%% passpunkt i varje kvadrant bildas
    while fortsatt == 0
        if storlek1(1,2) >= 1 %%% Om passpunkter finns i kvadranten...
            for j=1:storlek1(1,2) %%% Alla passpunkter bearbetas
                testavstand = sqrt((A_trans(i)-x_kvad1(j))^2+(B_trans(i)-y_kvad1(j))^2);
                %%% Avstånd till passpunkten (j)

                if testavstand < sokradie_test %%% Ligger passpunkten inom sökradien?

                    %%% Passpunkternas koordinater i från-systemet läggs till urvalet
                    pkturval(antalpkt,1) = x_kvad1(j);
                    pkturval(antalpkt,2) = y_kvad1(j);

                    %%% Passpunkternas koordinater i till-systemet läggs till urvalet
                    pkturval_pass(antalpkt,1) = A_pass_rix(kvadrant1_kol(1,j),1);
                    pkturval_pass(antalpkt,2) = B_pass_rix(kvadrant1_kol(1,j),1);

                    antalpkt = antalpkt + 1; %%% Punkträknare
                end
            end
        end
    end
end
```

```

sokradie_test = sokradie_test + sokradie;      %% Sökradien ökas
if sokradie_test >= sokradie*10              %% Om sökradien är för stor avslutas
    fortsatt = 1;                             %% WHILE-satsen
end

if antalpkt - antal_stamp >= 1                %% Om en eller fler passpunkter ingår i
    fortsatt = 1;                             %% urvalet avslutas WHILE-satsen
end

antal_kvad1 = antalpkt - antal_stamp;         %% Antal passpunkter i kvadranten
end                                            %% Slut på WHILE-satsen

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Här finns ytterligare tre WHILE-satser för de övriga kvadranterna.
%% De är borttagna här i redovisningen
%%
%% Resultatet av de fyra WHILE-satserna är två uppsättningar koordinater,
%% en för passpunkterna ifrån-systemet och en för passpunkterna i till-systemet.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Vänster- respektive höger-leden i normalekvationerna skapas som matriser med nollor
VL = zeros(4,4);                             %% Vänsterledet
HL = zeros(4,1);                             %% Högerledet

%% Koordinatvärden summeras till matriserna
for j = 1:antalpkt-1
    VL(1,3) = VL(1,3) + pkturval(j,1);
    VL(2,3) = VL(2,3) + pkturval(j,2);
    VL(3,3) = VL(3,3) + (pkturval(j,1)^2 + pkturval(j,2)^2);

    HL(1,1) = HL(1,1) + pkturval_pass(j,1);
    HL(2,1) = HL(2,1) + pkturval_pass(j,2);
    HL(3,1) = HL(3,1) + (pkturval(j,1)*pkturval_pass(j,1) +
        pkturval(j,2)*pkturval_pass(j,2));
    HL(4,1) = HL(4,1) + (pkturval(j,1)*pkturval_pass(j,2) -
        pkturval(j,2)*pkturval_pass(j,1));
end

%% Matriserna färdigställs
VL(1,1) = antalpkt-1;
VL(2,2) = antalpkt-1;
VL(3,1) = VL(1,3);
VL(4,1) = 0 - VL(2,3);
VL(3,2) = VL(2,3);
VL(4,2) = VL(1,3);
VL(1,4) = 0 - VL(2,3);
VL(2,4) = VL(1,3);
VL(4,4) = VL(3,3);

X = VL \ HL;                                %% Normalekvationerna löses.
                                           %% X består av de beräknade
                                           %% transformationsparametrarna

%% Punkten transformeras med de beräknade transformationsparametrarna
transx(i,1) = X(1) + X(3)*A_trans(i) - X(4)*B_trans(i);
transy(i,1) = X(2) + X(3)*B_trans(i) + X(4)*A_trans(i);

%% Beräkning av spänningar i passpunkterna
pass_trans(:,1) =
(X(1) + X(3).*pkturval(:,1) - X(4).*pkturval(:,2) - pkturval_pass(:,1)).^2;
pass_trans(:,2) =
(X(2) + X(3).*pkturval(:,2) + X(4).*pkturval(:,1) - pkturval_pass(:,2)).^2;

Sox = sqrt(sum(pass_trans(:,1))/2);          %% Grundmedelfel i x-led
Soy = sqrt(sum(pass_trans(:,2))/2);          %% Grundmedelfel i y-led
Sop = sqrt(Sox^2 + Soy^2);                  %% Radiellt grundmedelfel

end

%% Koordinaterna från transformationen återfinns i variablerna transx och transy

```

Utdrag ur Punktvis-Affin.m

Urvalet av passpunkter sker på samma sätt som vid transformation med Helmerts metod som beskrivits ovan. Därför är endast den kod som beräknar inpassningen redovisad nedan. Denna kod ersätter med andra ord de rader som markerats med en linje i vänsterkanten ovan.

```
%%% Passpunktskoordinaternas medelvärden
med_x_urval      = sum(pkturval      (:,1)) / (antalpkt-1);
med_y_urval      = sum(pkturval      (:,2)) / (antalpkt-1);
med_x_urval_pass = sum(pkturval_pass (:,1)) / (antalpkt-1);
med_y_urval_pass = sum(pkturval_pass (:,2)) / (antalpkt-1);

%%% Passpunkternas koordinater reduceras med medelvärdet
red_x_urval      = pkturval(:,1)      - med_x_urval;
red_y_urval      = pkturval(:,2)      - med_y_urval;
red_x_urval_pass = pkturval_pass(:,1) - med_x_urval_pass;
red_y_urval_pass = pkturval_pass(:,2) - med_y_urval_pass;

%%% Parametrar för inpassningen beräknas
O = sum(red_y_urval.^2);
Q = sum(red_x_urval.*red_x_urval_pass);
S = sum(red_x_urval.*red_y_urval);
U = sum(red_y_urval.*red_x_urval_pass);
W = sum(red_x_urval.^2);
Y = sum(red_x_urval.*red_y_urval_pass);
Z = sum(red_y_urval.*red_y_urval_pass);

%%% Transformationsparametrarna beräknas
skala = W*O-S^2;
a1     = (O*Q-S*U) / skala;
a2     = (W*U-S*Q) / skala;
a0     = med_x_urval_pass - a1 * med_x_urval - a2 * med_y_urval;

b1     = (O*Y-S*Z) / skala;
b2     = (W*Z-S*Y) / skala;
b0     = med_y_urval_pass - b1 * med_x_urval - b2 * med_y_urval;

%%% Punkten transformeras med de beräknade transformationsparametrarna
transx = a0 + a1*A_trans(i) + a2*B_trans(i);
transy = b0 + b1*A_trans(i) + b2*B_trans(i);

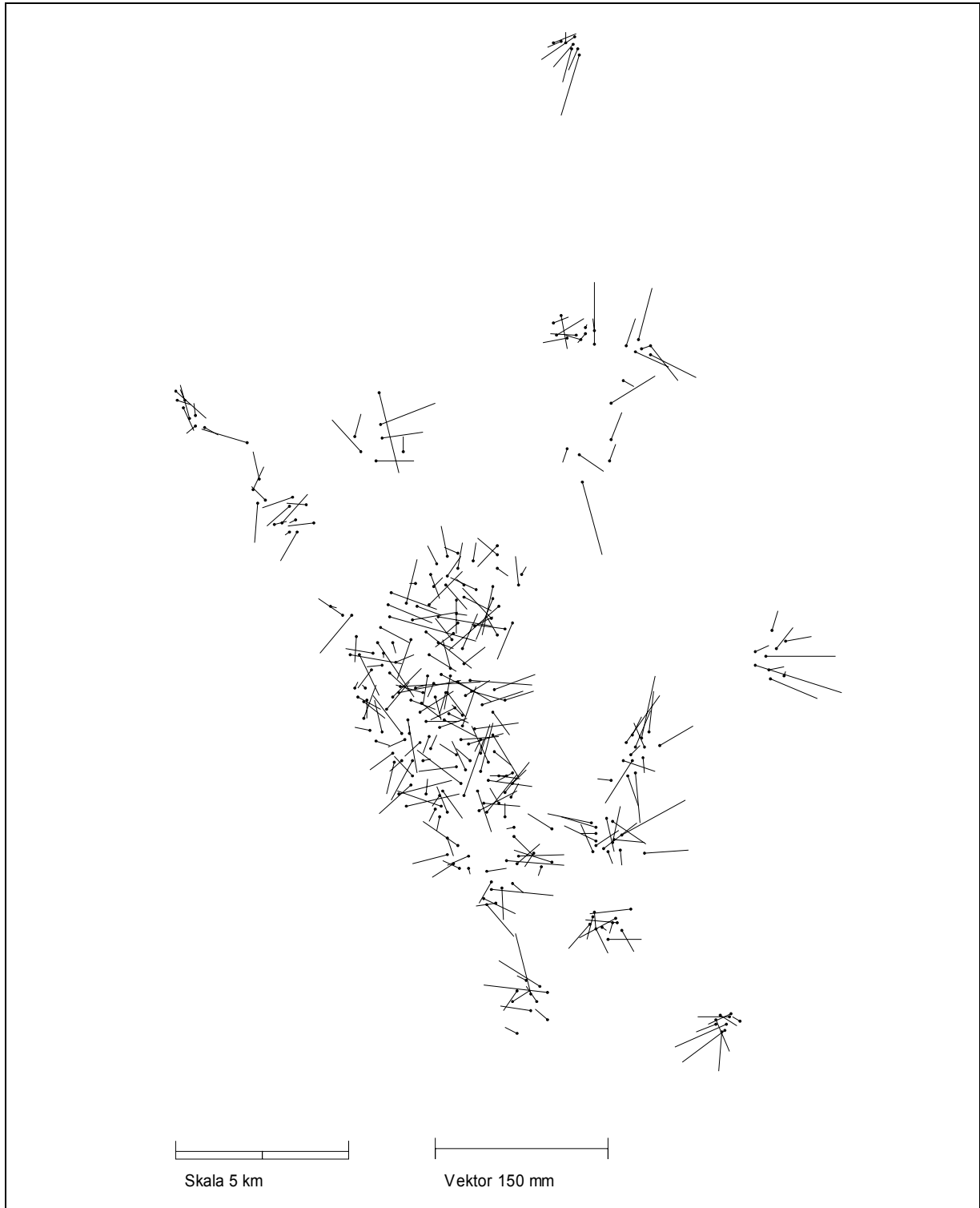
%%% Koordinaterna från transformationen återfinns i variablerna transx och transy
```

Bilaga 3. Grafiska transformationsresultat

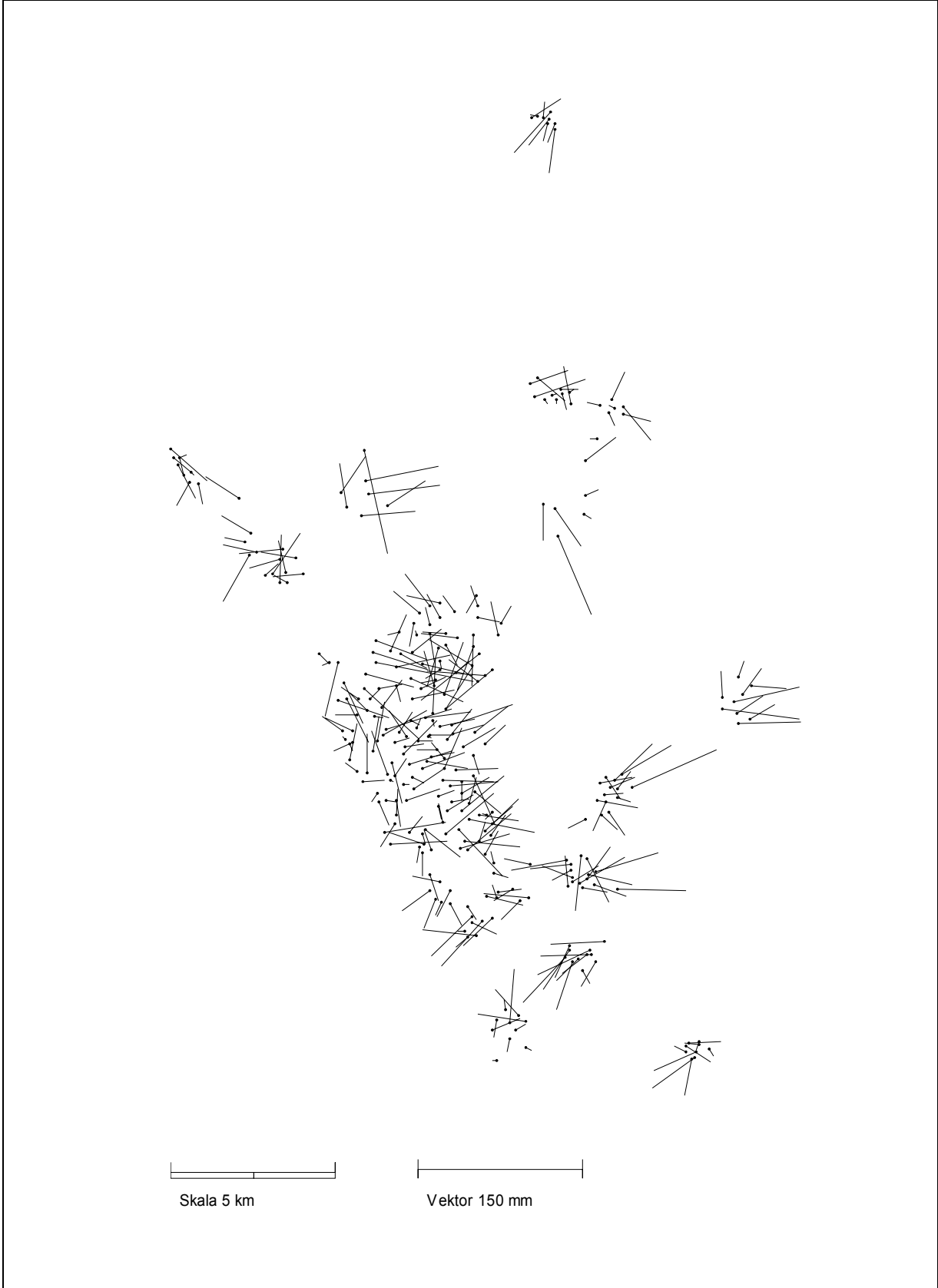
De resultat som redovisas under denna rubrik är de resultat som arbetet har resulterat i. Avsnitten är uppdelade så att varje testserie visas separat under en egen rubrik.

Verkliga data med RTK-mätta kontrollpunkter

Restfelsinterpolation



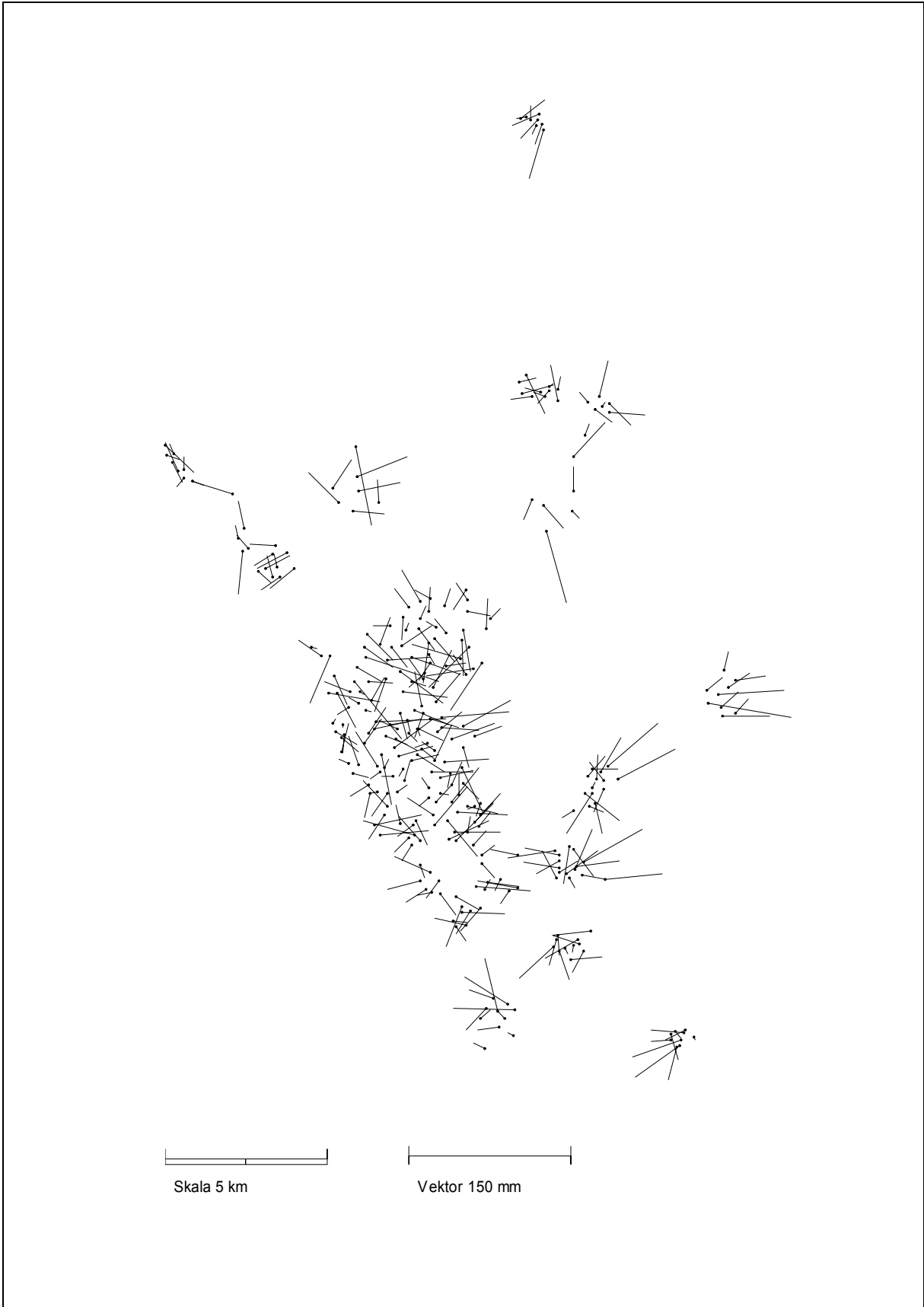
Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter



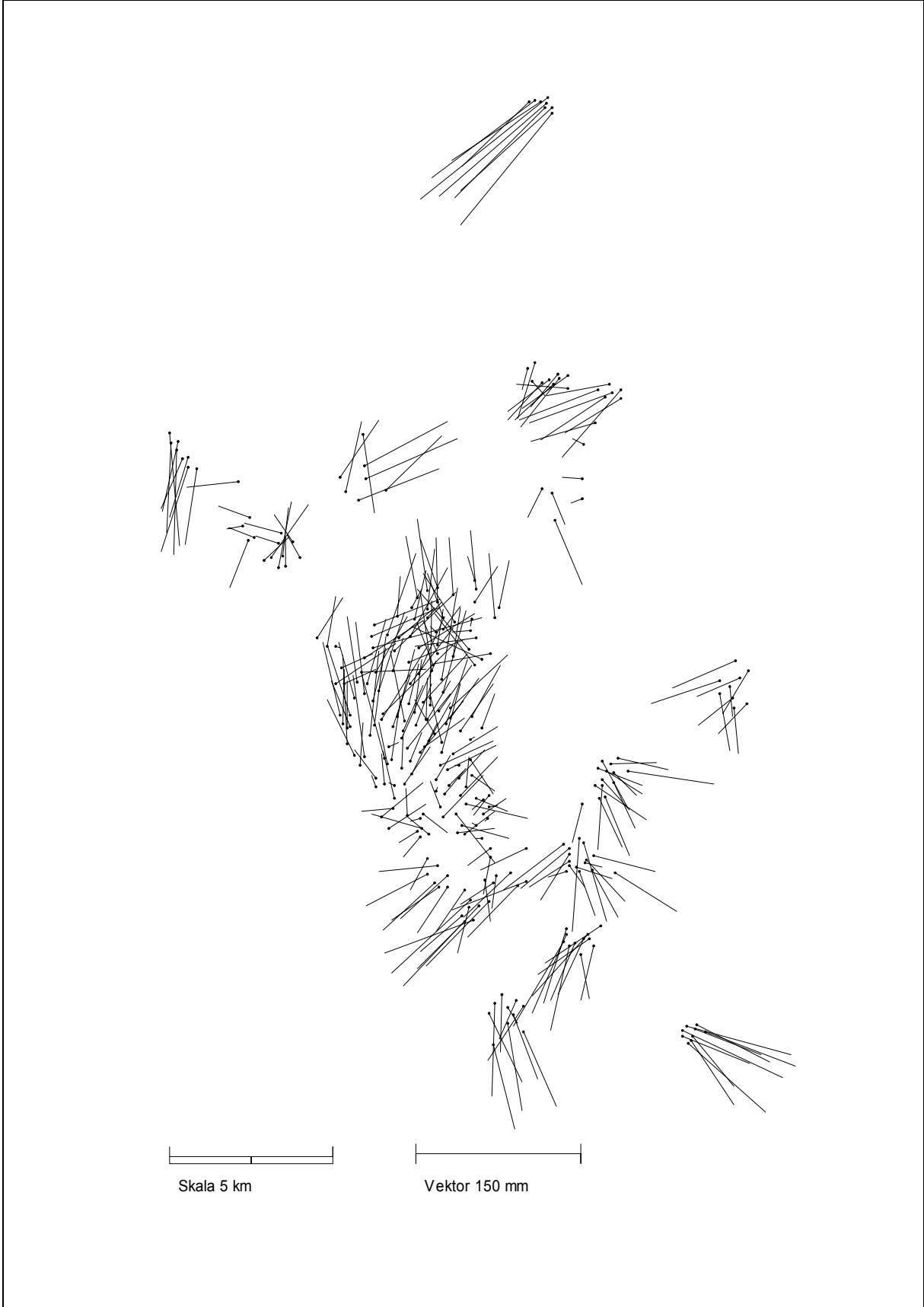
Punktvis transformation Helmert-inpassning



Punktvis transformation affin inpassning

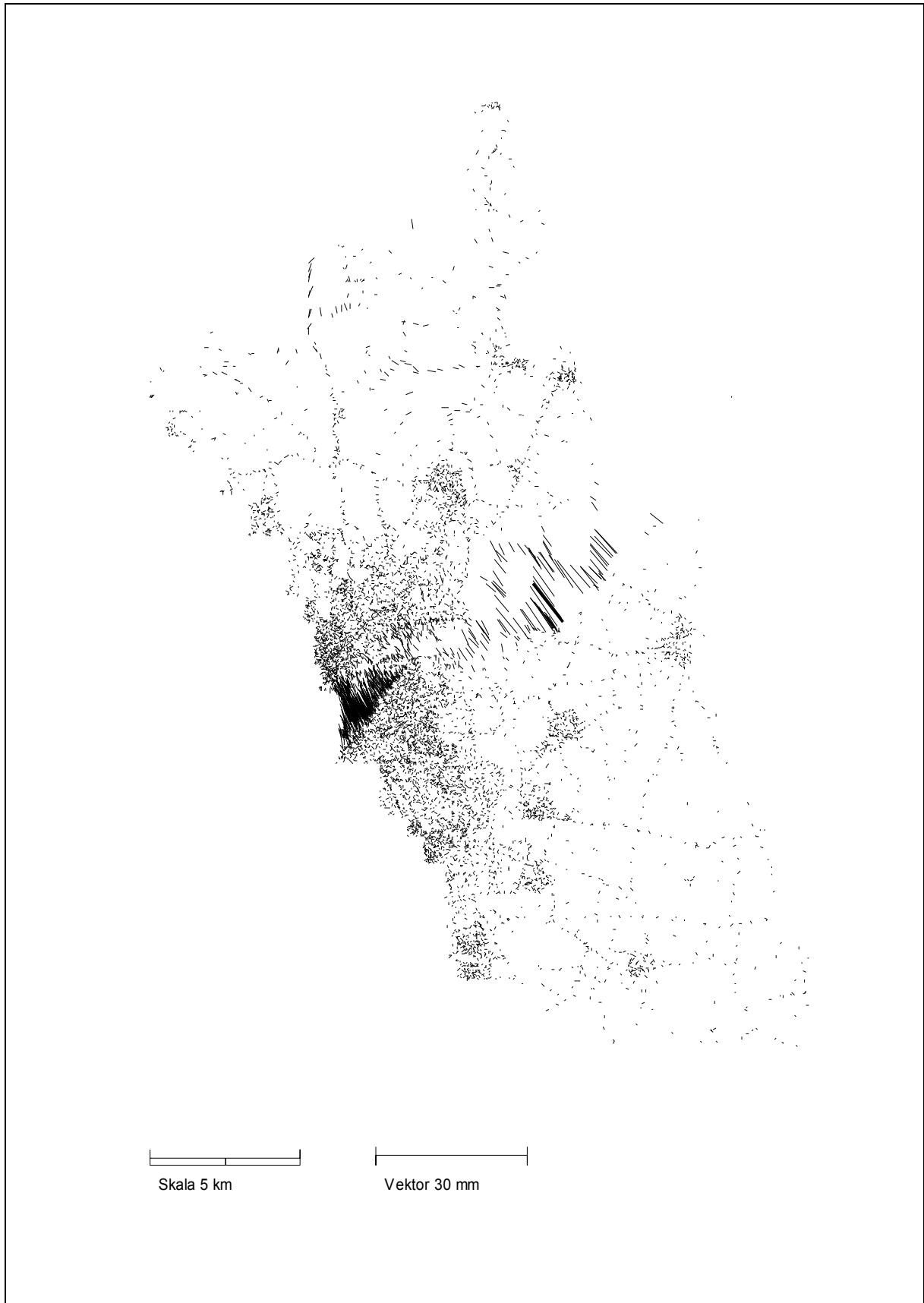


Helmert-inpassning

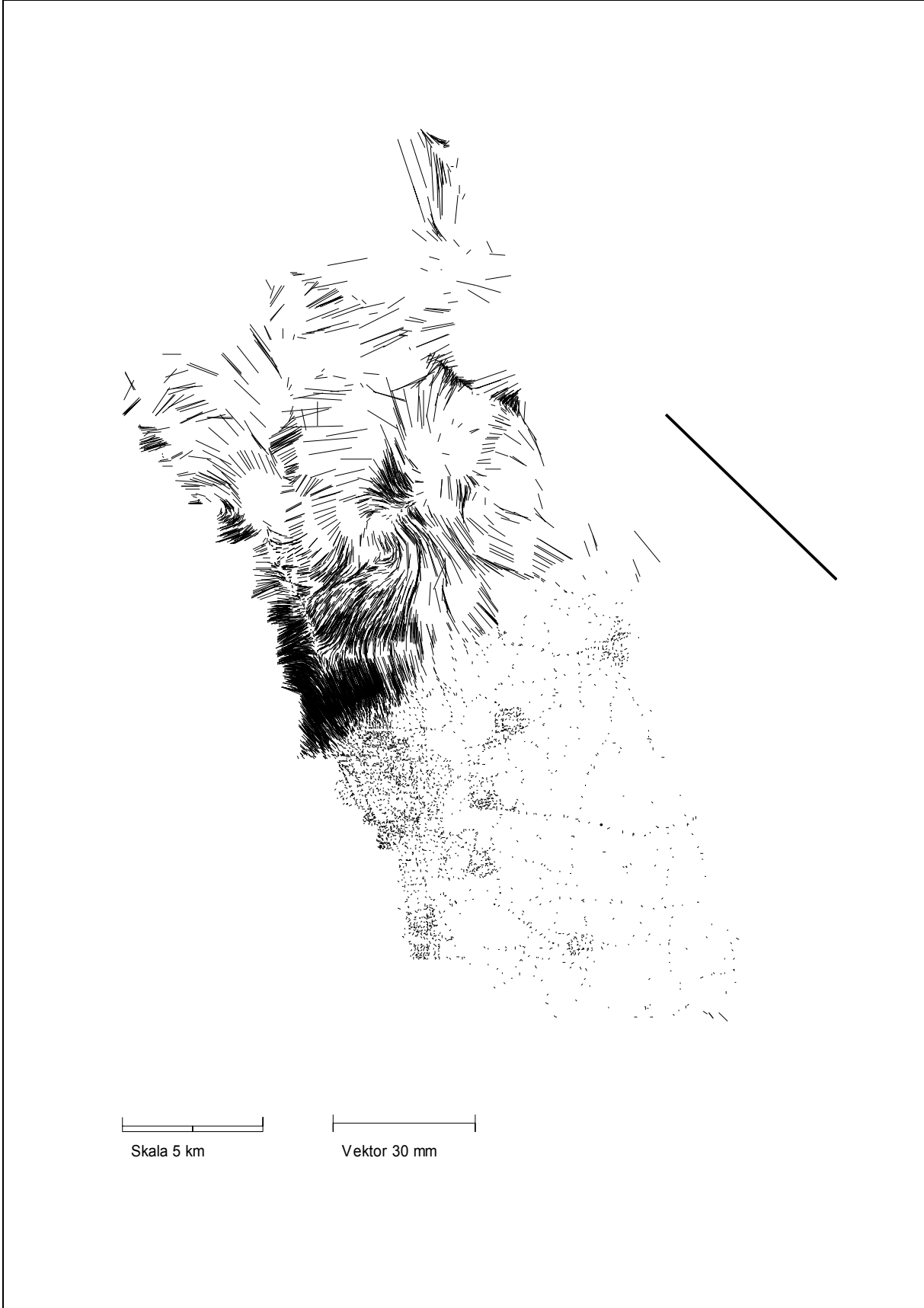


Konstruerade data där ett område deformerats åt ett håll

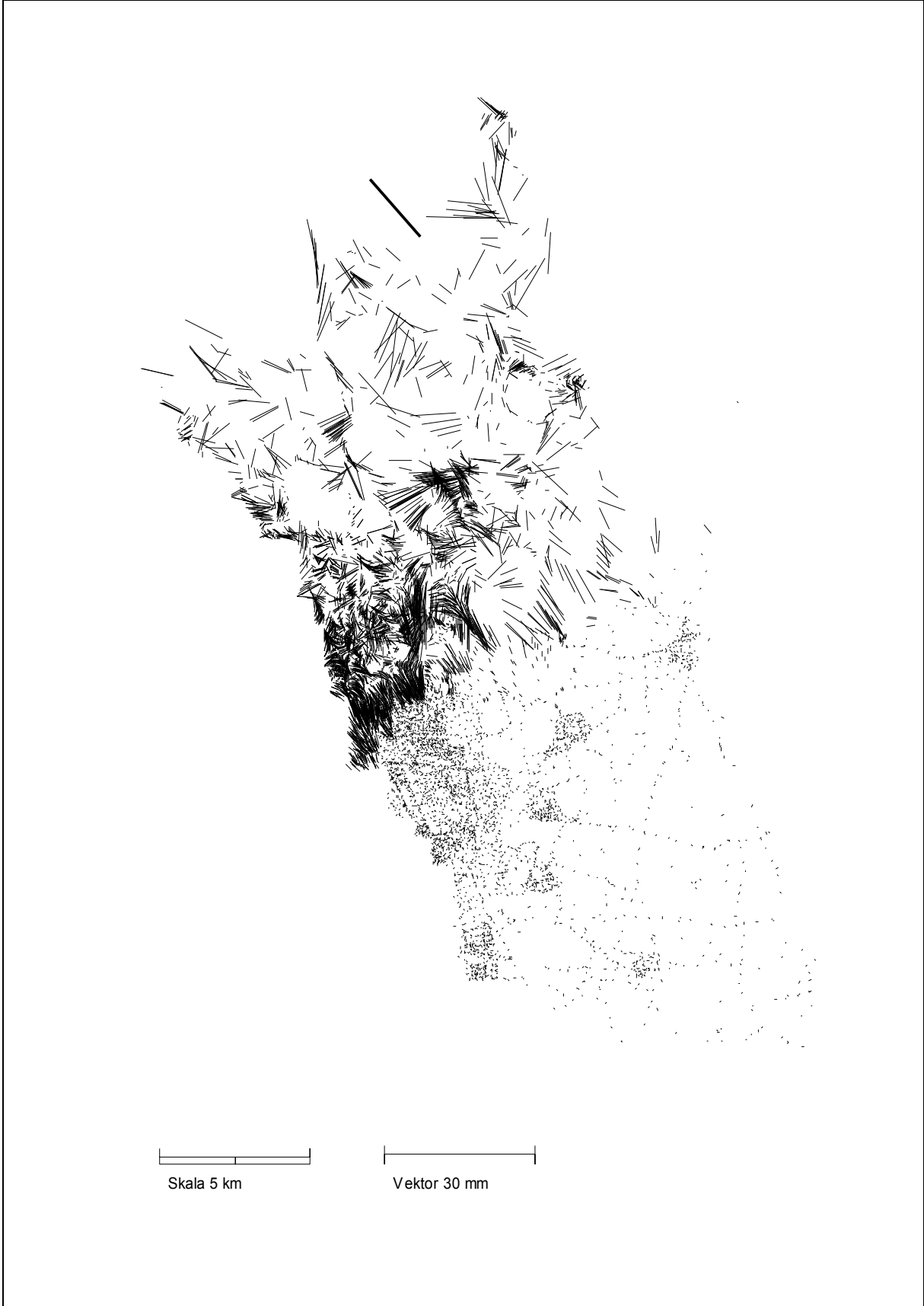
Restfelsinterpolation



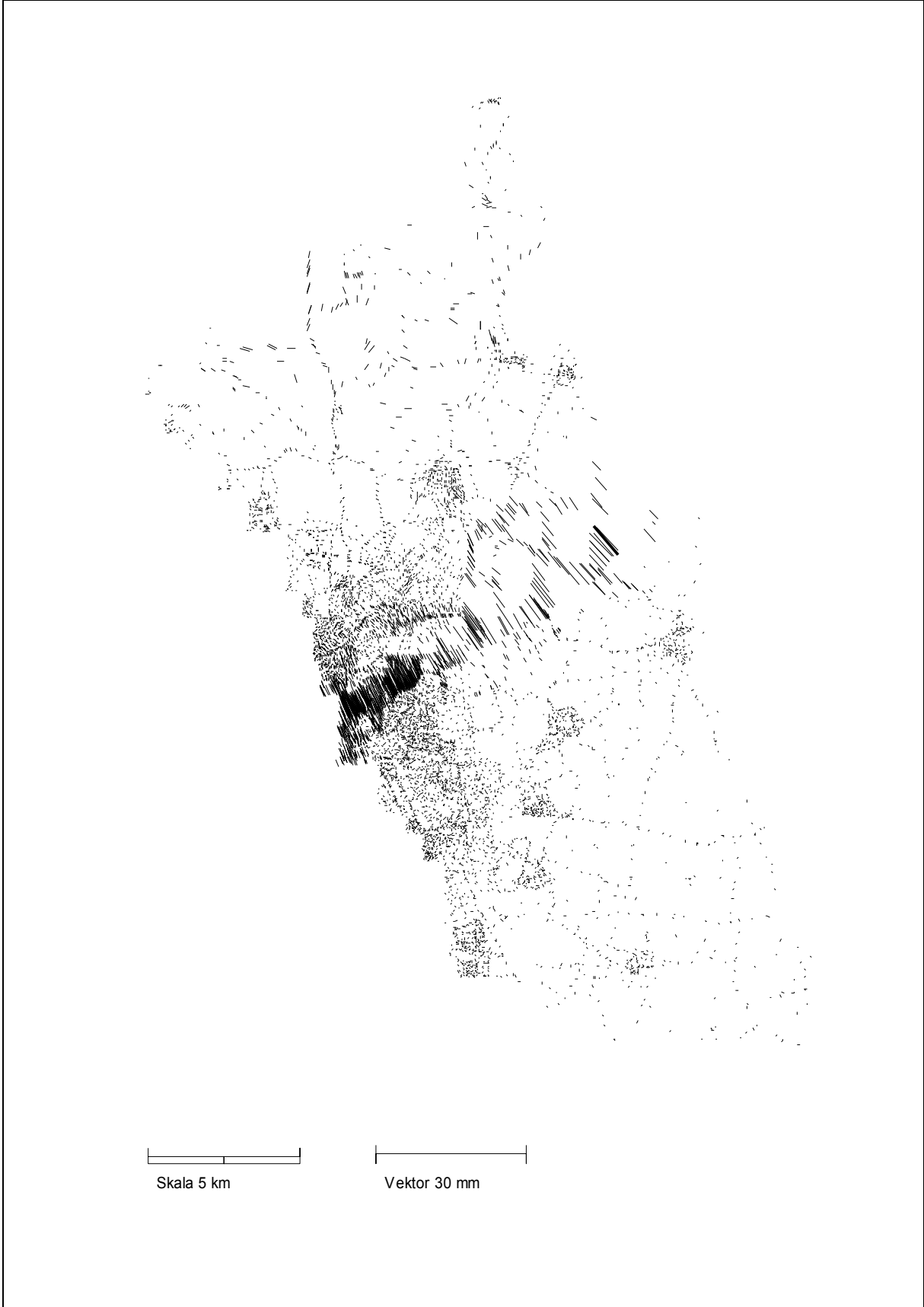
Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter



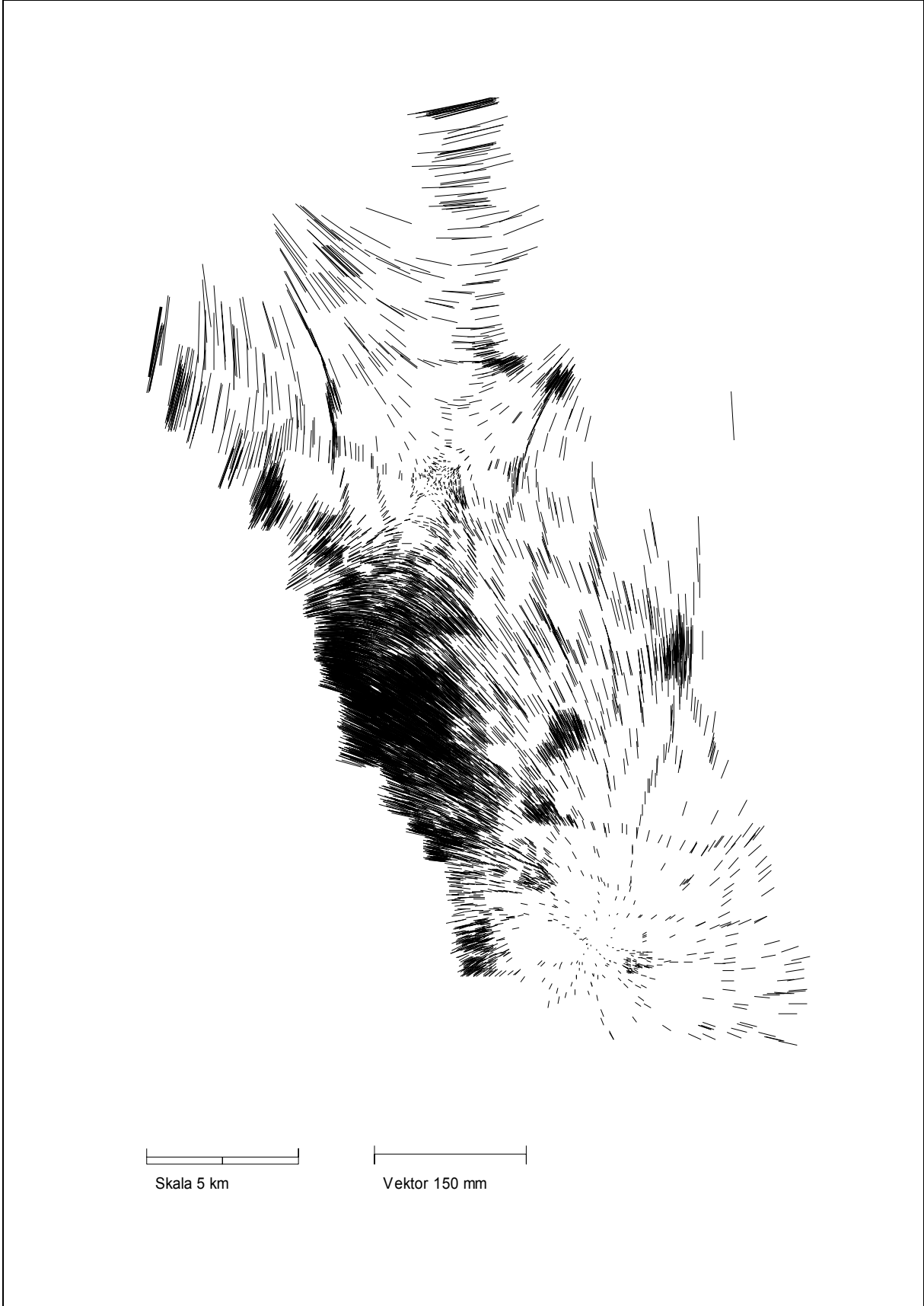
Punktvis transformation Helmert-inpassning



Punktvis transformation affin inpassning

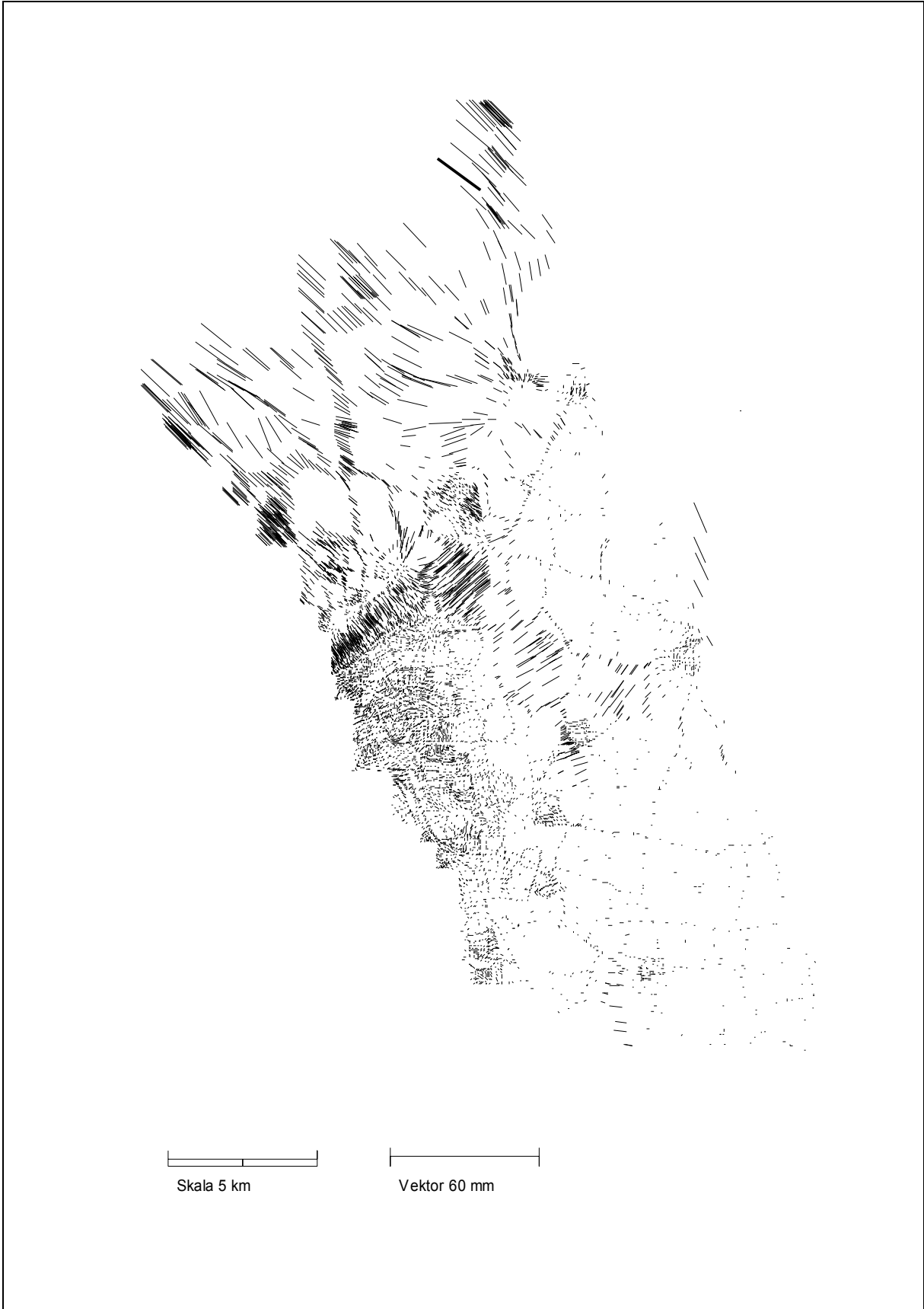


Helmert-inpassning

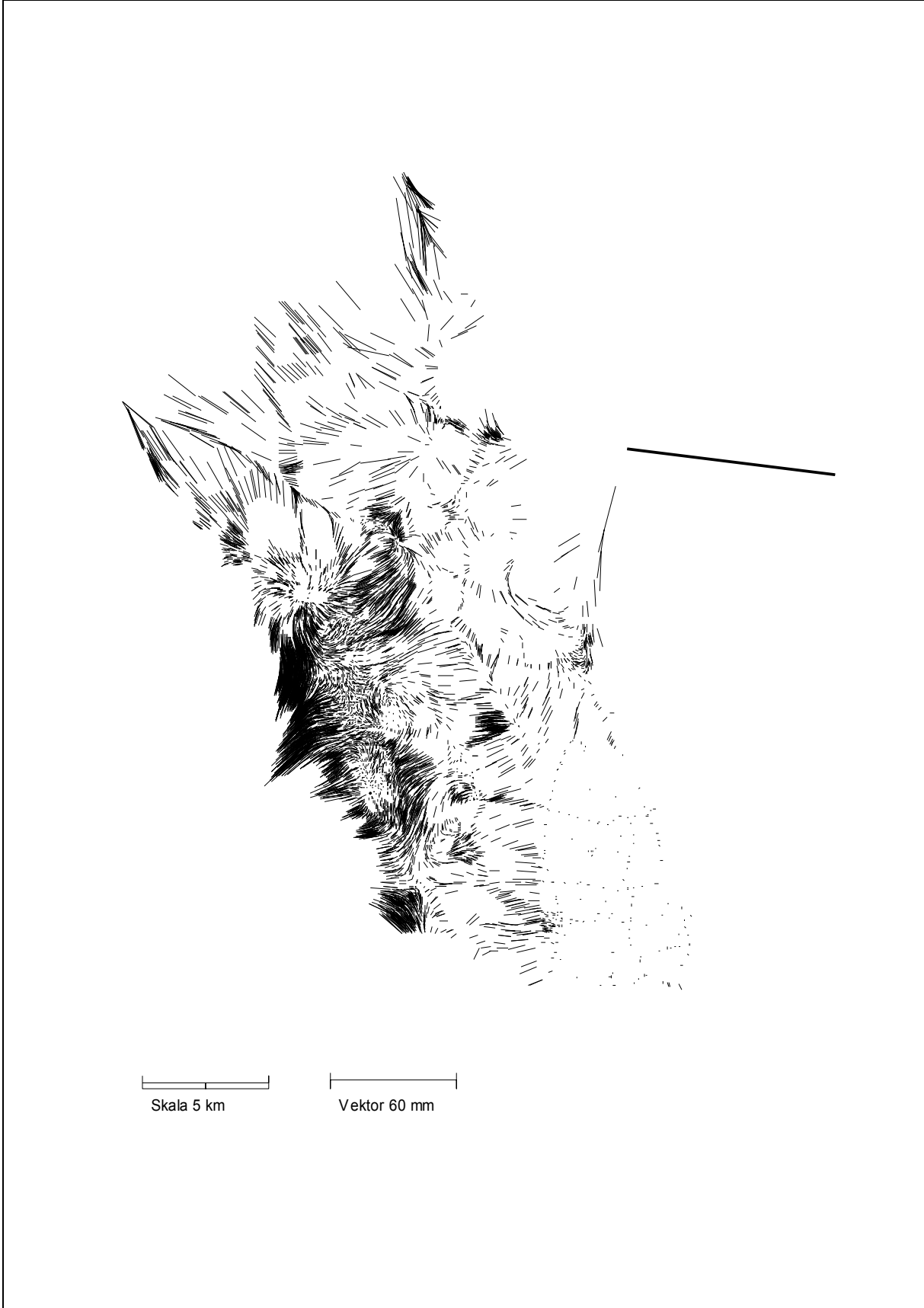


Konstruerade data där områden deformerats åt flera håll

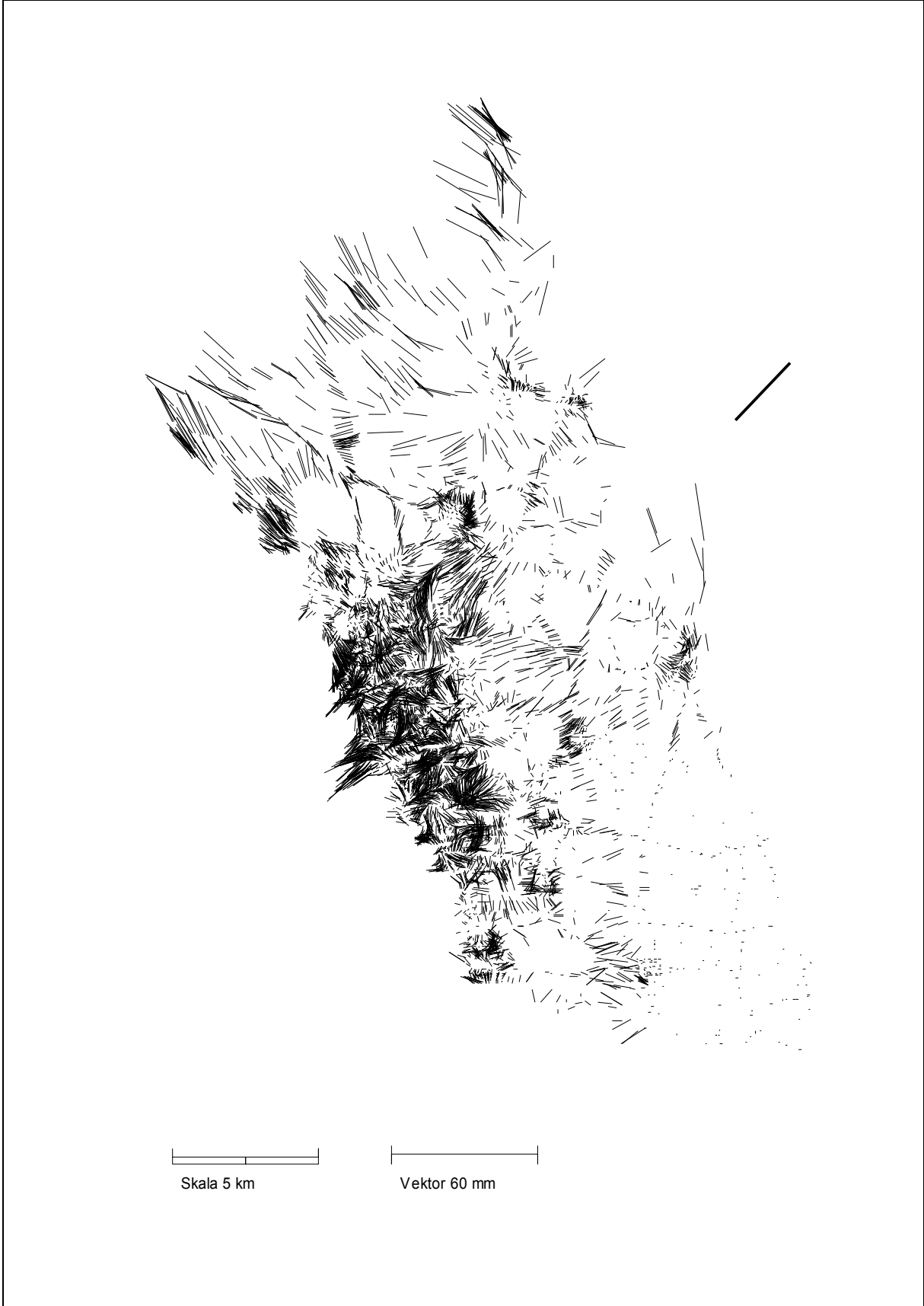
Restfelsinterpolation



Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter



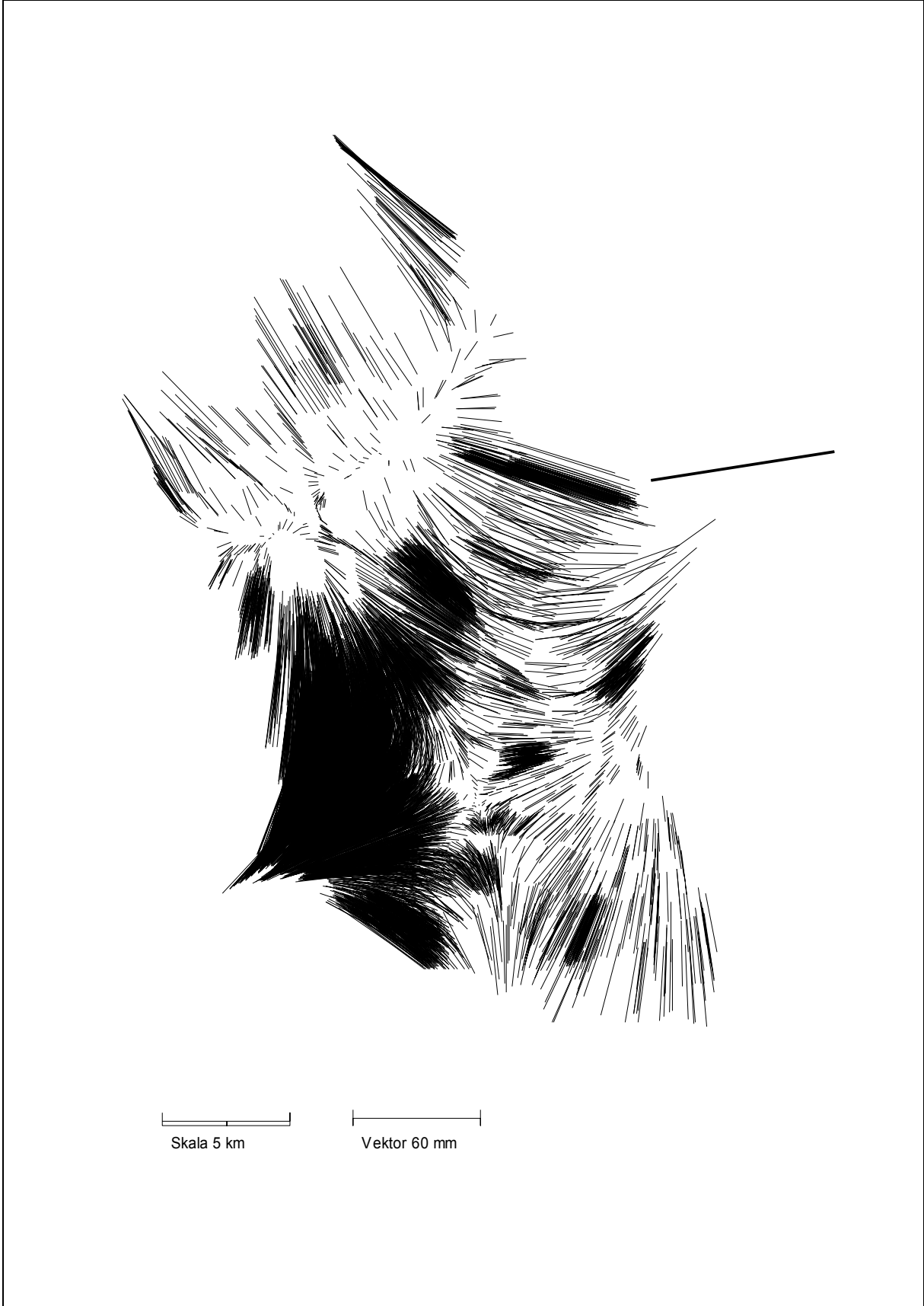
Punktvis transformation Helmert-inpassning



Punktvis transformation affin inpassning



Helmert-inpassning

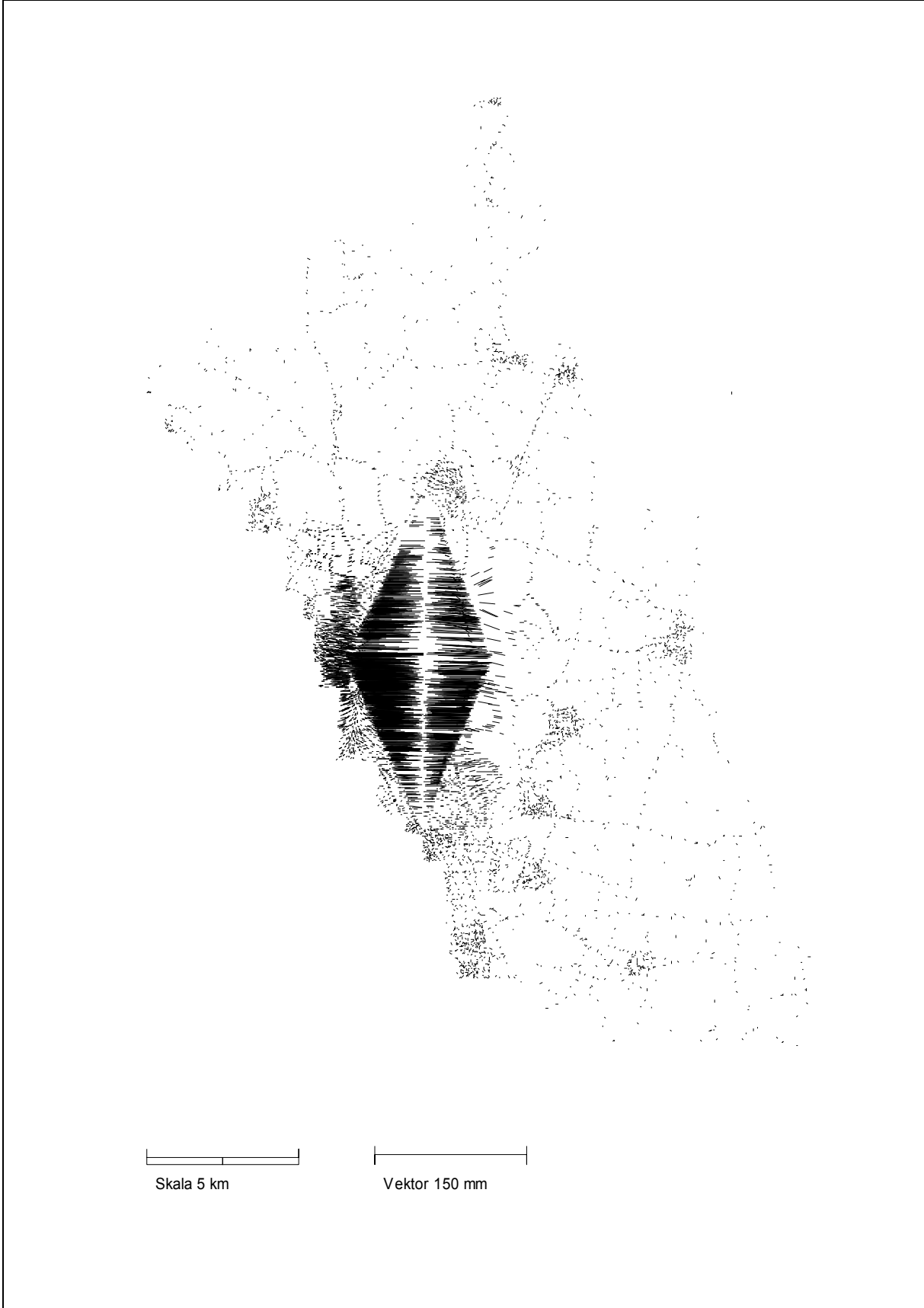


Konstruerade data där en barriär införts

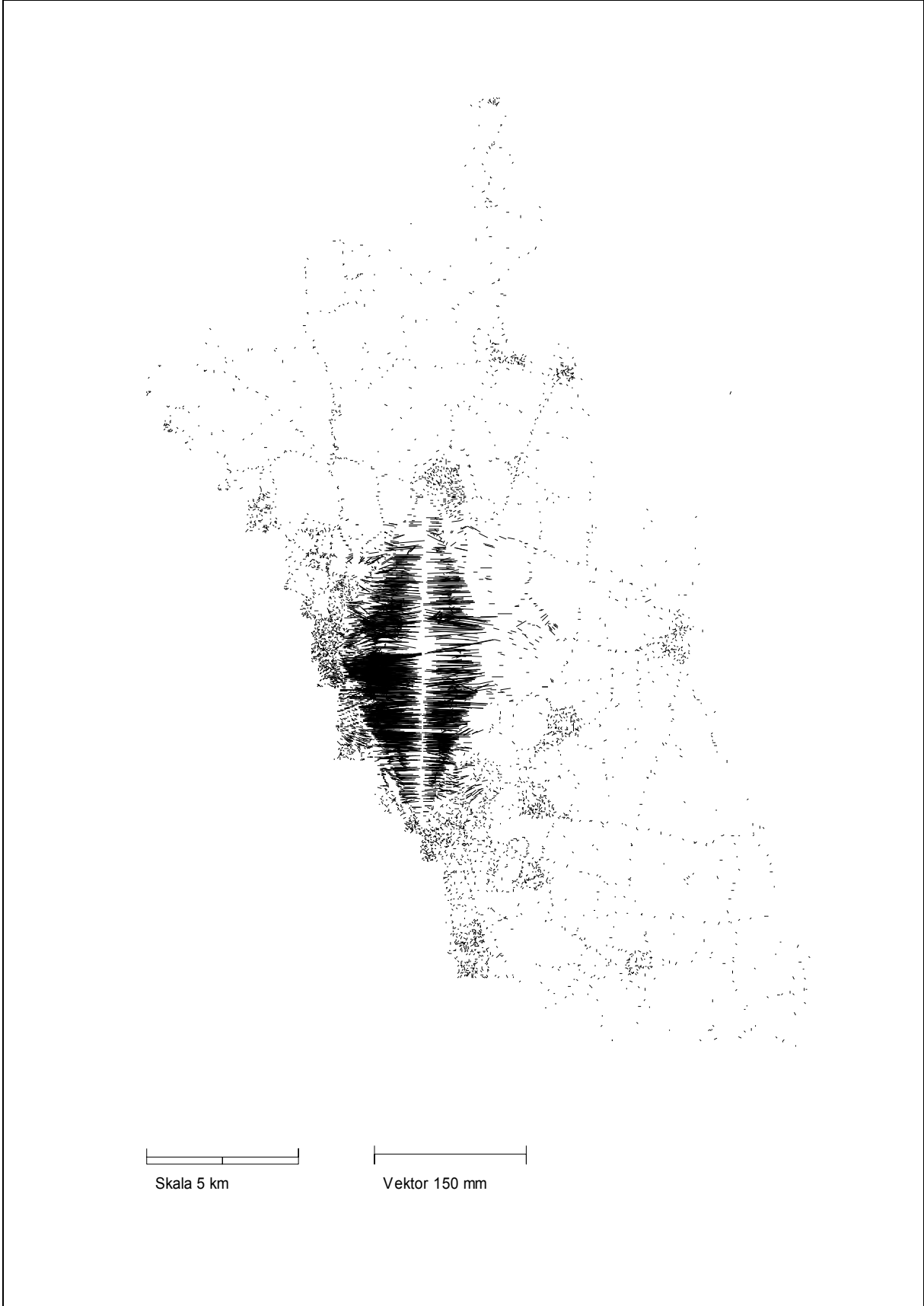
Restfelsinterpolation



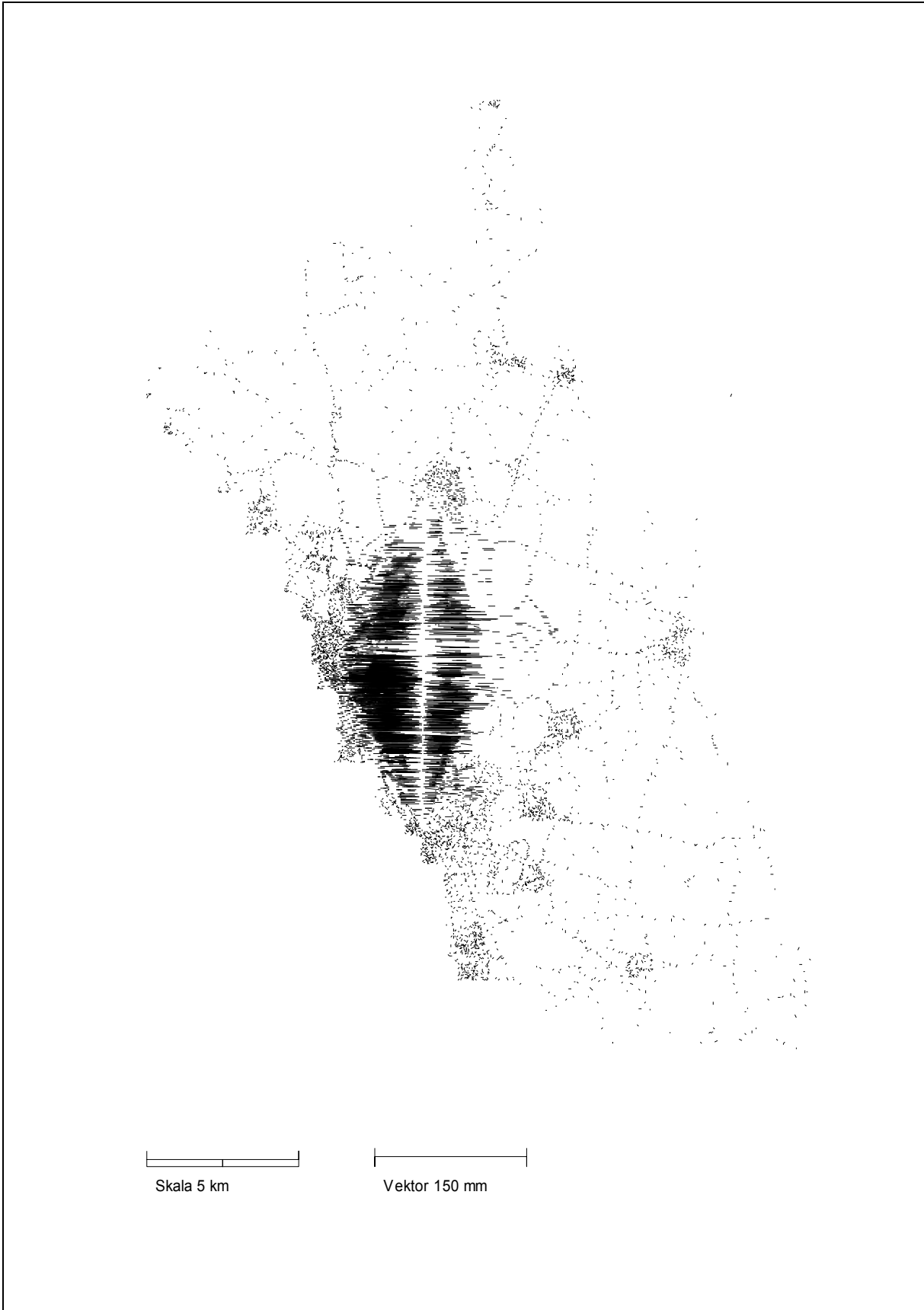
Restfelsinterpolation med fiktiva passpunkter



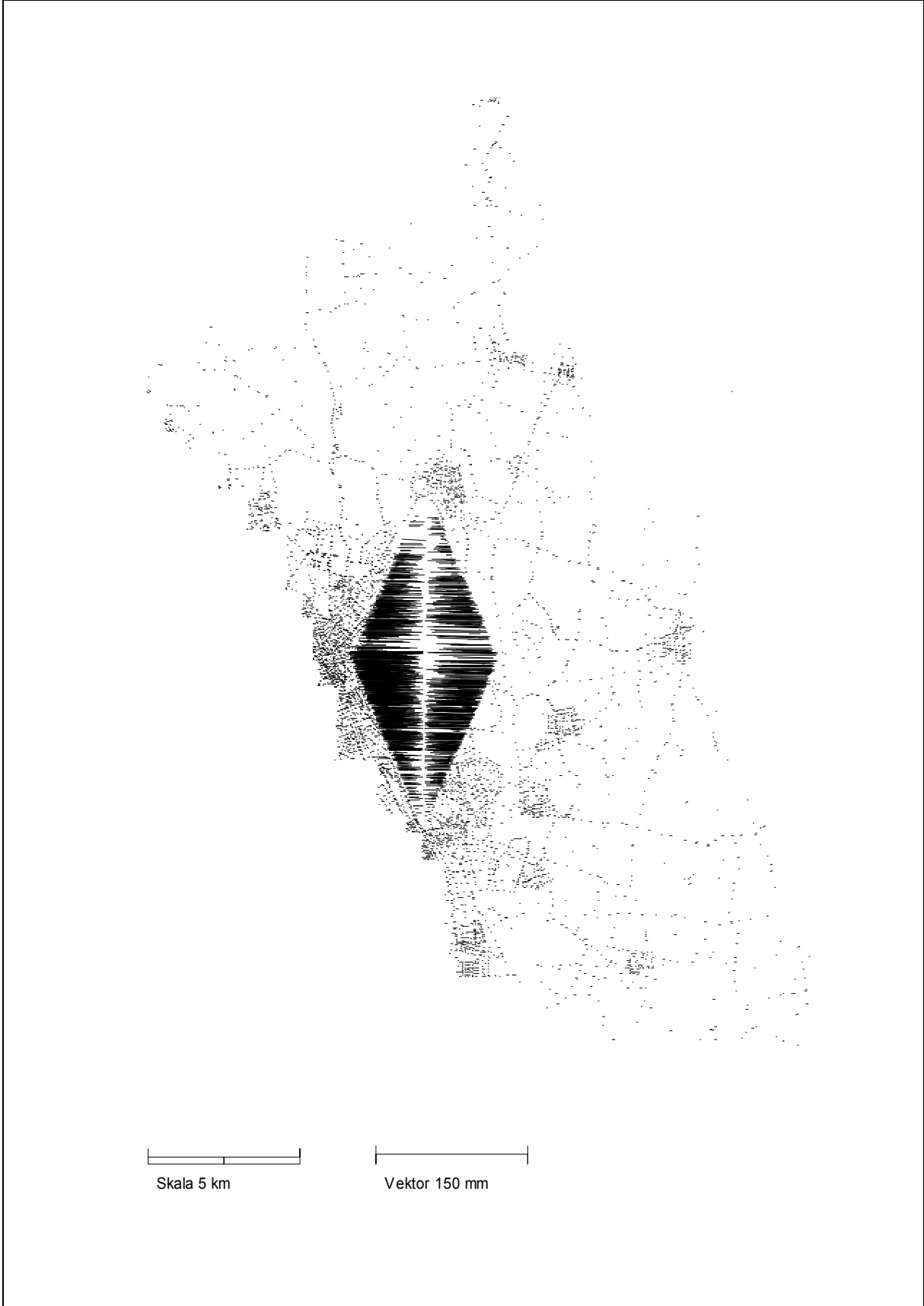
Punktvis transformation Helmert-inpassning



Punktvis transformation affin inpassning



Helmert-inpassning



Rapporter i geodesi och geografiska informationssystem från Lantmäteriverket

- 1998:4 Ekman M: Jordellipsoider, geoider, koordinatsystem, höjdsystem och tyngdkraftssystem i Sverige genom tiderna
- 1998:5 Jansson Roland: Utstakning av fastighetsgräns i skogsmark med hjälp av GPS hos Lantmäterimyndigheten i Norrbottens län..
- 1999:2 Anderasson Thor-Björn Engman Linda: Multipath at the SWEPOS stations Evaluation of eccosorb, a microwave absorbing material
- 1999:3 Lilje Mikael: Geodesy and Surveying in the future
- 1999:4 Jonsson, Bo: Civil Service Interface Committee International Information Subcommittee 7 th European Meeting
- 1999:12 Jonsson. Bo: Proceedeings of the 13th general meeting of the nordic geodetic commission.
- 2000:2 Engfeldt Andreas, Jivall Lotti: Kort introduktion till GNSS
- 2000:3 Christina Kempe: Metodstudie för inmätning av skogsbilvägar.
- 2000:4 Niklas Svanholm: Jämförelse av olika metoder att föra över kartdetaljer till ett nytt koordinatsystem.
- 2000:5 RefStrat – Strategier för referenssystem och referensnät.
- 2001:1 Engberg, Lars: Geodesi 2000 - svensk geodesiverksamhet under kommande tioårsperiod.
- 2001:6 Jivall, Lotti: SWEREF 99 – New ETRS 89 Coordinates in Sweden, Analysis Report.
- 2001:7 Jivall , Lidberg, Lilje, Reit: Transformationssamband mellan SWEREF 99 och RT 90/RH 70.
- 2001:10 Rönnberg Andreas: Undersökning av tjänster för differentiell GPS
- 2002:1 Wiklund Peter (sammanställd rapporten): Slutrapport för projekt Position Stockholm-Mälaren 1
- 2002:2 Wahlund Sara: Production measurements with Network RTK-Tests and analysis
- 2002:5 Alfredsson Anders: Studier av deformationer vid byte av koordinatsystem
- 2002:7 Persson Jan och Brynte Stefan: Kompatibilitet för Nätverks-RTK-programvaran Trimble GPS-Net med olika typer av rörliga mottagare