

Rapportserie: Geodesi och Geografiska informationssystem

# **Traditionell RTK kontra Nätverks-RTK - En noggrannhetsjämförelse**

Malin Alm och Anna-Stina Munsin

Examensarbete

Gävle 2003

L A N T M Ä T E R I E T





Copyright ©

2003-11-26

Författare Malin Alm, Anna-Stina Munsin

Typografi och layout Rainer Hertel

Totalt antal sidor 53

LMV-rapport 2003:11 – ISSN 280-5731

# **Traditionell RTK kontra Nätverks-RTK - En noggrannhetsjämförelse**

**Malin Alm och Anna-Stina Munsin**

L A N T M Ä T E R I E T





# Förord

Denna rapport är resultatet av ett examensarbete på lantmäteriutbildningen vid Lunds Tekniska Högskola.

Vi vill tacka Bo Jonsson på Lantmäteriverket (SWEPOS) i Gävle för initiativet till examensarbetet. Även våra handledare Lars Kvarnström på Helsingborgs stad, Lars Ollvik på avdelningen för geodetisk mätningsteknik och vår examinator Lars Harrie, avdelningen för fastighetsvetenskap, LTH, vill vi tacka för all hjälp under arbetets gång.

På Helsingborgs stad vill vi tacka mätpersonalen för all tid de lagt ned på oss och för deras frikostiga utlånande av utrustning.

Landskrona kommun och Stefan Persson tackas för hjälpen med mätningarna på Ven.

Fredrik Nordström, institutionen för matematisk statistik vid LTH, vill vi tacka för att han tagit sig tid att diskutera det statistiska angreppssättet.

När utrustningen inte fungerade som tänkt fick vi hjälp av Leif Utter och Mikael Westerlund på Geograf. Detta tackar vi för.

Vi vill tacka alla i SWEPOS-gruppen på Lantmäteriverket i Gävle, ingen nämnd och ingen glömd, för alla frågor som besvarats under arbetets gång.

Sist men inte minst vill vi tacka alla som tagit sig tid att läsa igenom vårt arbete och givit konstruktiv kritik och synpunkter: Fredrik Rosqvist (även för hjälp med bildbehandling), Göte Alm, Helena Munsin, Magnus Alm (även för hjälp vid mätning), Martin Alm, Ulla Alm och våra opponenter Anna Larsson och Peter Kasslid.

Lund, november 2003

*Malin Alm och Anna-Stina Munsin*



# Sammanfattning

**Teori:** Global Positioning System (GPS) är ett satellitsystem för navigering och positionering, ursprungligen utvecklat för amerikansk militär. Mätningar kan utföras antingen som kodmätning (meternivånoggrannhet) eller bärvågsmätning (centimeternoggrannhet). För att kunna uppnå centimeternoggrannhet i realtid används ofta den traditionella RTK-tekniken (Real Time Kinematic). Denna teknik innebär att en stationär mottagare (kallad bas), placerad över en känd punkt, sänder ut korrektioner till en mobil mottagare (kallad rover). Med hjälp av korrektionerna kan den sistnämnda mottagaren räkna ut en noggrannare position. Detta gäller så länge avstånden mellan mottagarna inte blir så stora att atmosfärsförhållandena ovanför dem inte längre är densamma. I stället för att placera en egen mottagare över en känd punkt, kan mer permanenta nätverk av mottagare (kallade fasta referensstationer) byggas upp. Mätdata från alla mottagarna i ett sådant nätverk används för att modellera fram en atmosfärsmodell för mätområdet. Korrektionerna som skickas till rovern är beroende av var någonstans i atmosfärsmodellen den befinner sig. Denna teknik kallas nätverks-RTK.

**Frågeställning:** Kan nätverks-RTK ersätta den mer traditionella RTK-tekniken inom hela nätverksområdet (i detta fall SKAN-RTK)? Undersökningen avser i första hand att utreda om nätverksmätningarnas noggrannhet är avståndsberoende och i så fall om traditionell RTK (med <2,5 km mellan mottagarna) ger ett noggrannare resultat långt ifrån närmsta fasta referensstation i nätverket. I andra hand studeras även avståndsberoendet för traditionell RTK jämfört med nätverks-RTK. Initialiseringstidernas eventuella avståndsberoenden studeras också.

**Genomförande:** Fältstudien har genomförts under juni–augusti 2003, under dagtid, inom en del av nätverket (Nyhamnsläge–Hässleholm–Löddeköpinge) och med samma mottagarfabrikat. Sammanlagt 22 polygonpunkter har använts i studien och totalt 526 mätningar har genomförts. För varje uppställning har tio mätningar gjorts med traditionell RTK med maximalt 2,5 km avstånd till basen, växelvis med tio mätningar utförda med nätverks-RTK. Vid några uppställningar har även tio mätningar gjorts med traditionell RTK med mer än 2,5 km avstånd till basen. Analysen av avståndsberoendet för noggrannheten har utförts dels som en intervallskattning av lutningsparametrarna i en linjär regression, och dels som ett F-test. Hypoteserna som ställts är att noggrannheten för nätverks-RTK är beroende av avståndet till närmsta fasta referensstation. Noggrannheten för traditionell RTK är beroende av avståndet till basen. Initialiseringstidernas avståndsberoende utfördes i form av linjär regression.

**Resultat:** Intervallskattningen visar att noggrannheten inte är avståndsberoende varken för nätverks-RTK eller traditionell RTK. F-testensresultaten tyder emellertid på att den traditionella tekniken ger resultat med mindre spridning än nätverks-RTK om bas och rover är maximalt 2,5 km från varandra och ett resultat med mer spridning om avståndet är större än 20 km. Initialiseringstiderna tycks vara något avståndsberoende för nätverks-RTK och mycket avståndsberoende för traditionell RTK. Överlag har nätverks-RTK ändå kortare initialiseringstider än traditionell RTK.





## Summary

**Theoretical background:** Global Positioning System (GPS) is a satellite system made for navigation and positioning purposes and was originally developed to serve the interests of the US army. There are two kinds of measuring techniques: code (metre accuracy) and carrier phase (centimeter accuracy) measurements. To achieve centimeter accuracy in real time measurements the traditional RTK technique (Real Time Kinematic) is often employed. This technique uses one stationary receiver (called base), placed over a known position, to send correction to a mobile receiver (called rover). With access to these corrections the rover can calculate a more accurate position. This is true only as long as the distance between the receivers does not become so great that the atmospheric parameters above both the receivers no longer is the same. Instead of placing a receiver over a known position, a more permanent network of receivers (called reference stations) can be built. Data from all receivers in this kind of network is utilized to calculate a model of the atmosphere in the survey area. The corrections that are sent to the rover are dependent on where in the atmospheric model the receiver is situated. This technique is called network-RTK.

**Question at issue:** Can network-RTK replace the traditional RTK technique in the entire network area (in this case the SKAN-RTK network)? The main goal of this study is to investigate if the accuracy in network-RTK measurements are distance-dependent and if traditional RTK (with <2.5 km between receivers) gives a more accurate result when situated far away from the nearest reference station. Subordinately the dependence on distance between the base and the receiver for the accuracy of traditional RTK measurements is compared to the network-RTK technique. Finally the dependence on distance for initialisation times is investigated.

**Realization:** The fieldwork was carried out during June–August 2003, during daytime, within one geographical area (Nyhamnsläge–Hässleholm–Löddeköpinge) and with only one receiver make. In all 22 known points have been used. At every measurement point ten measurements was made with the traditional RTK technique, where the distance between the receivers was maximal 2.5 kilometres, alternately with ten made with the network-RTK technique. Occasionally ten measurements were made with the traditional RTK technique with a greater distance than 2.5 kilometres between the receivers. The analysis of the accuracy's dependence on distance was made partly as interval estimation of slopes in linear regression, partly as a F-test. The hypotheses is that the accuracy in network-RTK measurements is distance-dependent. The accuracy for traditional RTK is dependent on the distance between the rover and the the base. The distance dependence on the initialisations times was made as linear regression.

**Results:** The interval estimation shows that the accuracies in neither network-RTK, nor the traditional RTK measurements are are distance- dependent. However, if the assumption is made that the variance in the network is constant, the F-test indicates that measurements made with the traditional technique give less spread results, when the distance between base and rover is maximal 2.5 km, network technique and more spread results, when the distance is greater than 2.5 km. The initialisation times seem to be some distance-dependent for the network-RTK technique and very distance-dependent for traditional RTK. In general, however, the network technique gives shorter initialisation times.



# Innehåll

<b>1</b>	<b>Inledning</b>	<b>1</b>
1.1	Bakgrund . . . . .	1
1.2	Syfte . . . . .	1
1.3	Metod och hypotes . . . . .	2
1.4	Avgränsningar . . . . .	2
1.5	Målgrupp . . . . .	2
1.6	Disposition . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Grunderna för GPS</b>	<b>5</b>
2.1	Översikt . . . . .	5
2.2	Satellitsignalens struktur . . . . .	6
2.2.1	Kodmätning . . . . .	6
2.2.2	Bärvägsmätning . . . . .	7
2.3	Mätmetoder . . . . .	8
2.4	Mätnoggrannhet . . . . .	9
2.4.1	Felkällor . . . . .	9
2.4.2	Höjdmätning . . . . .	10
2.4.3	DOP-värden . . . . .	11
2.5	Referenssystem . . . . .	12
2.5.1	Globala referenssystem . . . . .	12
2.5.2	Referenssystem i Sverige . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Relativ mätning med GPS</b>	<b>15</b>
3.1	Differenser . . . . .	15
3.1.1	Singeldifferenser . . . . .	15
3.1.2	Dubbeldifferenser . . . . .	16
3.1.3	Trippeldifferenser . . . . .	16
3.2	RTK . . . . .	16
3.2.1	Traditionell RTK . . . . .	17
3.2.2	Nätverks-RTK . . . . .	19

3.3	SWEPOS <sup>®</sup> . . . . .	21
3.3.1	SWEPOS-tjänster . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Geodetisk felteori</b>	<b>25</b>
4.1	Regressionsanalys . . . . .	25
4.1.1	Normalfördelningen . . . . .	26
4.1.2	Minsta kvadratmetoden . . . . .	26
4.1.3	Konfidensintervall . . . . .	27
4.1.4	Intervallskattningar . . . . .	27
4.2	Hypotesprövning . . . . .	27
4.3	F-test . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Fältstudie</b>	<b>31</b>
5.1	Inledning . . . . .	31
5.2	Val av punkter . . . . .	31
5.3	Begränsningar . . . . .	33
5.4	Mätmetoder . . . . .	33
5.4.1	Traditionell RTK . . . . .	34
5.4.2	Traditionell RTK med Nyhamnsläges SWEPOS-station som bas . . . . .	34
5.4.3	Nätverks-RTK . . . . .	34
5.5	Möjliga felkällor . . . . .	34
5.6	Beskrivning av mätinstrument . . . . .	35
5.6.1	Trimble 4800 bas . . . . .	35
5.6.2	Trimble 5700 . . . . .	36
5.6.3	Trimble 5800 . . . . .	36
5.7	Reflexioner . . . . .	37
<b>6</b>	<b>Sammanställning och analys av fältstudien</b>	<b>39</b>
6.1	Använd mjukvara . . . . .	39
6.2	Hypoteser . . . . .	39
6.2.1	Intervallskattning . . . . .	39
6.2.2	F-test . . . . .	40

6.3	Resultat . . . . .	41
6.3.1	Normalfördelning . . . . .	41
6.3.2	Hypotesprövning . . . . .	42
6.3.3	Generell noggrannhet . . . . .	46
6.3.4	Initialiseringstider . . . . .	46
6.3.5	PDOP . . . . .	48
<b>7</b>	<b>Diskussion</b>	<b>49</b>
7.1	Allmän diskussion . . . . .	50
<b>8</b>	<b>Slutsatser</b>	<b>53</b>



# 1 Inledning

Traditionell RTK kontra nätverks-RTK — en noggrannhetsjämförelse, är ett examensarbete gjort på uppdrag av Helsingborgs stad och Lantmäteriet. Författarna är studerande vid lantmäteriutbildningen vid Lunds Tekniska Högskola.

## 1.1 Bakgrund

Från början utvecklades NAVSTAR-GPS (Navigation System with Timing and Ranging Global Positioning System) enbart för militära syften. Idag används GPS av miljoner civila användare över hela världen. Exempel på användningsområden är navigering och geodetiska mätningar.

Eftersom endast amerikansk militär och auktoriserade användare har möjlighet att avkryptera all kod som sänds ut av satelliterna, får de högre navigeringsnoggrannhet vid kodmätning än civila användare som bara har tillgång till den fria koden. När högre noggrannhet krävs, tillämpas bärvågsmätning (se avsnitt 2.2). För att uppnå en hög noggrannhet i realtid, används tekniken RTK (Real Time Kinematic). Metoden kräver att en punkt med kända koordinater används. Över den kända koordinaten placeras en mottagare, i denna rapport kallad bas. Denna mottagare sänder korrekationer till den rörliga mottagaren, kallad rover. I fortsättningen benämns tekniken, med att sätta upp en egen bas, för traditionell RTK. För att slippa använda två mottagare har ett flertal länder byggt upp lokala nätverk av baser, så kallade fasta referensstationer. När data från flera fasta referensstationer används för att bestämma vilka korrekationer som skall sändas till rovern, kallas tekniken nätverks-RTK.

Tanken med nätverks-RTK är att användaren erhåller lika god noggrannhet, oavsett avståndet, till referensstationerna. Två positiva sidoeffekter av detta är att endast en mottagare behövs och risken att lämna basen obebakad försvinner. Detta examensarbete undersöker om avståndsberoendet verkligen uppnås, samt om det finns förhållanden där den traditionella RTK-tekniken ger ett noggrannare resultat.

## 1.2 Syfte

Syftet med denna studie är att:

1. undersöka om nätverks-RTK är avståndsberoende. Om så är fallet jämförs noggrannheten med traditionell RTK (med maximalt avstånd 2,5 km mellan bas och rover) för att se på vilket avstånd från närmsta fasta referensstation som nätverks-RTK ger sämre noggrannhet än traditionell RTK (<2,5 km).
2. studera avståndsberoendet för traditionell RTK (med större avstånd mellan bas och rover än 2,5 km) jämfört med nätverks-RTK.
3. jämföra om initialiseringstiderna skiljer sig åt mellan de två teknikerna.

Anledningen till jämförelserna är att se om nätverks-RTK kan ersätta traditionell RTK inom hela nätverket.

### 1.3 Metod och hypotes

Examensarbetet består av en teoretisk litteraturstudie, en fältstudie och en analys. Litteraturen som har lästs omfattade såväl teori om RTK-mätning som felteori samt befintliga rapporter och utvärderingar inom området.

Den praktiska delen av examensarbetet är fältstudien och analysen. Genom att mäta på redan kända punkter med såväl traditionell RTK-teknik som nätverks-RTK, erhålles ett antal mätvärden. Dessa mätvärden kan, under antagande att mätningarna är utförda under liknande förutsättningar, jämföras med det kända koordinatvärdet. Eventuella skillnader teknikerna emellan kan då upptäckas. Analysen bygger i första hand på att jämföra om noggrannheten i nätverks-RTK är avståndsberoende jämfört med traditionell RTK med maximalt 2,5 kilometer mellan bas och rover. I andra hand studeras även den traditionella teknikens avståndsberoende jämfört med nätverks-RTK.

Hypoteserna som ställs är:

- att nätverks-RTK är avståndsberoende i fråga om avståndet till närmaste fasta referensstation.
- att traditionell RTK är avståndsberoende om avståndet mellan bas och rover överstiger 2,5 kilometer.

Om dessa hypoteser är riktiga, kommer traditionell RTK (<2,5 km mellan bas och rover) att ge ett noggrannare mätresultat, långt ifrån (uppemot 30 km) närmsta fasta referensstation tillhörande nätverket, än motsvarande mätning med nätverks-RTK. Vidare är det intressant att studera vilken teknik som är minst avståndsberoende om avståndet mellan bas och rover överstiger 2,5 kilometer. Om mätfelen är normalfördelade, kan avståndsberoendet åskådliggöras med hjälp av linjär regressionsanalys. Även initialiseringstiderna för respektive teknik analyseras. Alla beräkningar gjordes i programmet Microsoft Excel, i vilket även diagram och tabeller skapades. Rapporten är typsatt med  $\text{\LaTeX}$ .

### 1.4 Avgränsningar

I Sverige finns för närvarande tre var för sig fungerande nätverk för RTK-mätning. Mätningarna är utförda endast i ett av dem, SKAN-RTK. Vidare är mätningarna endast utförda i en del av SKAN-RTK och under dagtid med ett mottagarfabrikat (se även avsnitt 5.3).

Eftersom nätverks-RTK bygger på teknik utvecklad av företag, är mycket av informationen om hur den fungerar i detalj inte offentligt tillgänglig. Detta begränsar möjligheten att beskriva teorin bakom nätverks-RTK.

### 1.5 Målgrupp

Eftersom examensarbetet är relativt allmänt skrivet kan alla med intresse för GPS ha nytta av innehållet. Framför allt riktar sig arbetet till lantmäteristudenter och personer verksamma inom mätningsteknik.



## 1.6 Disposition

Rapporten består i huvudsak av tre delar (teori, fältstudie och diskussion/slutsatser) förutom inledning och källförteckning. Kapitel 2–4 behandlar teorin och kapitel 5–6 fältstudien med mätresultaten. Den sista delen består av kapitel 7–8 i vilka teorin och mätresultaten knyts ihop med diskussion och slutsatser.

Teoridelen sträcker sig över tre kapitel. I kapitel 2 beskrivs grundläggande teori för GPS och de referenssystem som används i samband med GPS. Kapitel 3 behandlar teorin bakom såväl traditionell RTK som nätverks-RTK. Det fjärde och sista kapitlet i teoridelen behandlar den statistik, som används för att analysera mätresultaten.

I fältstudiedelen behandlas mätmetodikerna i kapitel 5, och i kapitel 6 sammanställs och analyseras de resultat som mätningarna genererat.

I den tredje och sista delen diskuteras resultaten av examensarbetet i kapitel 7, och i kapitel 8 dras slutsatserna utifrån den teoretiska bakgrunden och de praktiska mätningarna.

Bilagorna innehåller bland annat ett exempel på ett mätprotokoll, vissa beräkningar, diagram, tabeller samt en ordlista som förklarar ord och begrepp som förekommer i rapporten.



## 2 Grunderna för GPS

GPS är ett globalt system för navigering och positionering och är i första hand utvecklat för amerikansk militär. Idag används systemet av civila över hela världen, från fickmottagare till inmätningar i kommuner.

I avsnitt 2.1 ges en grundläggande beskrivning av GPS och avsnitt 2.2 ger en beskrivning av hur antingen kod eller bärvågor som sänds ut kan användas för att mäta med GPS. Det finns olika metoder för hur en mätning skall utföras och dessa beskrivs i avsnitt 2.3. Avsnitt 2.4 behandlar mätnoggrannheten och vilka felkällor som kan påverka mätresultaten vid GPS-mätning, hur operatören kan få en uppfattning av noggrannheten för mätningen genom DOP-värden samt varför höjdvärdena kan ställa till problem. I avsnitt 2.5 ges en beskrivning av både de internationella och de svenska referenssystemen som används i samband med GPS-mätningar.

### 2.1 Översikt

GPS, eller egentligen NAVSTAR-GPS (Navigation System with Timing and Ranging Global Positioning System), är ett satellitsystem för navigering och noggrann positionering. Föregångaren till GPS, TRANSIT-systemet, bestod av sex satelliter och gav dålig täckning och dessutom låg navigeringsnoggrannhet. Därför utvecklades GPS som består av 24 satelliter (varav tre aktiva reserver) och ger täckning dygnet runt över allt på jorden och i rymden kring jorden (se figur 1). Varje satellit har en omloppstid på ca tolv timmar (tolv stjärntimmar) och befinner sig på ca 20 200 kilometers höjd över jordytan. (Hofmann-Wellenhof et al., 2001)



Figur 1: GPS-satelliternas banor kring jorden. (JPO, 2003, bearbetad)

Positioner bestäms genom att avståndet från mottagaren till satelliter mäts. Det finns tre obekanta positionsparametrar (till exempel longitud, latitud och höjd) men även en obekant tidsskillnad. Tidsskillnaden uppstår eftersom mottagarens klocka inte är synkroniserad med GPS-satelliternas tid. För att kunna lösa ut dessa fyra obekanta parametrar krävs det att mottagaren får signaler från fyra olika satelliter samtidigt. Hur noggrant bestämd positionen är, påverkas av tre faktorer (Hofmann-Wellenhof et al., 2001):

- hur noggrant varje satellits position kan bestämmas,

- noggrannheten för mätningen av avståndet mellan mottagare och satellit,
- satelliternas inbördes geometriska placering.

## 2.2 Satellitsignalens struktur

Signalen från satelliten går ut i form av två bärvågor, L1 och L2, som har olika frekvens. Anledningen till att det finns två frekvenser är, att det möjliggör reducering av den största felkällan, som är den jonosfäriska refraktionen. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)

På satellitsignalen finns två PRN-koder (pseudorandom noise) modulerade, C/A-koden och P-koden. C/A-koden (Coarse/Acquisition) är fritt tillgänglig för alla användare av GPS. Den finns bara på L1 och inte på L2. Detta är för att förhindra, att civila användare får alltför hög noggrannhet vid kodmätning.

Den andra koden är P-koden (Precision) och finns både på L1 och L2. P-koden krypteras med en krypteringskod, W-kod. Den krypterade koden brukar kallas för Y-kod. Krypteringen av koden benämns Anti-spoofing (A-S). För att kunna ha någon nytta av P-koden måste alltså W-koden vara känd, så att Y-koden kan avkrypteras. Detta är, för att endast amerikansk militär och auktoriserade användare skall få tillgång till den och få högsta möjliga navigeringsnoggrannhet. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)

GPS kan beräkna positionen på två olika sätt: kodmätning och bärvågsmätning. Vid kodmätning används koden som finns modulerad på signalen för att räkna fram avståndet mellan satellit och mottagare. Bärvågsmätning innebär, att kännedomen om bärvågornas våglängder och antalet våglängder mellan satellit och mottagare, nyttjas för att beräkna avståndet. Kodmätning är en snabbare mätmetod än bärvågsmätning.

### 2.2.1 Kodmätning

Vid kodmätning beräknas avståndet mellan satellit och mottagare, det så kallade pseudoavståndet (se figur 2), genom att en kopia av den kod som sänds ut av satelliten genereras i mottagaren. När satellitkoden jämförs med den egengenererade, ses att den förstnämnda är fördröjd. Fördröjningen motsvarar den tid det tar för signalen att gå mellan satellit och mottagare. Tack vare att signalens utbredningshastighet är känd, kan pseudoavståndet beräknas. (Lantmäteriverket, 1996)

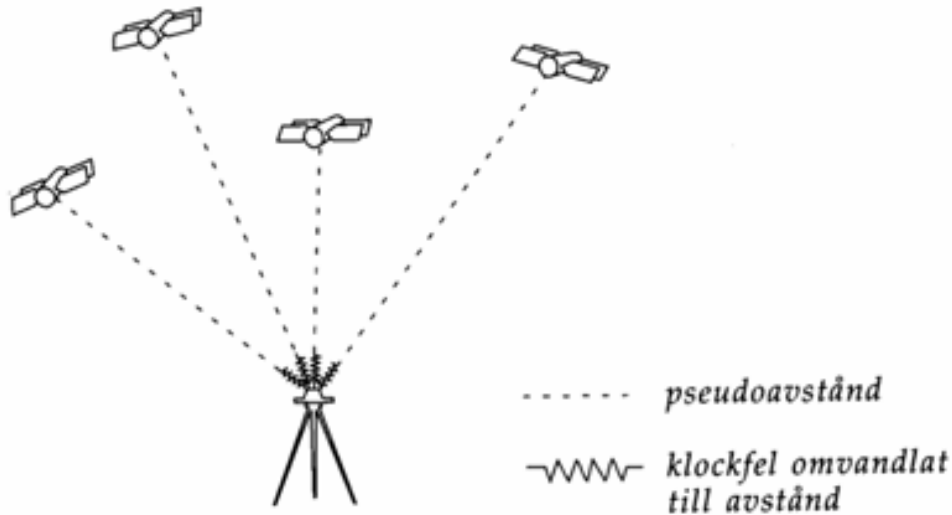
Med kodmätning fås pseudoavståndet som

$$R_i^j(t) = \varrho_i^j(t) + c\Delta\delta_i^j(t)$$

I ovanstående formel är  $R_i^j(t)$  det mätta avståndet mellan satellit  $j$  och mottagare  $i$  vid tidpunkten  $t$ .  $\varrho_i^j(t)$ , är det geometriska avståndet dem emellan. Eftersom signalen blir fördröjd, innehåller det mätta avståndet även ett klockfel omvandlat till avstånd, ovan benämnt  $c\Delta\delta_i^j(t)$ , orsakat av tidsdifferensen. Denna extrasträcka beräknas som klockskillnaden multiplicerat med ljusets hastighet. För en civil användare ger kodmätning ett mätresultat med en noggrannhet på några meter. Geometriskt avstånd beräknas enligt avståndsformeln som

$$\rho_i^j(t) = \sqrt{(X^j(t) - X_i)^2 + (Y^j(t) - Y_i)^2 + (Z^j(t) - Z_i)^2},$$

där  $X, Y$  och  $Z$  är koordinater, vid tidpunkten  $t$ , i ett kartesiskt koordinatsystem som har origo i jordens tyngdcentrum.  $j$  symboliserar satellitens koordinater och  $i$  mottagarens koordinater i samma koordinatsystem. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)



Figur 2: Pseudoavstånd. (Lantmäteriverket, 1996, sid. 8)

### 2.2.2 Bärvägsmätning

Bärvägen kan användas för att beräkna avståndet mellan satellit och mottagare eftersom avståndet kan beskrivas som ett visst antal hela våglängder plus en del av en våglängd. En signal, med samma frekvens som den från satelliten utsända, skapas i mottagaren. Signalen från satelliten är Dopplerförskjutet när den når mottagaren (Lantmäteriverket, 1996). Med Dopplerförskjutning menas att den mottagna signalens frekvens skiljer sig något från den ursprungligt utsända (Hofmann–Wellenhof et al., 2001). För att Dopplerförskjutningen skall kunna beräknas måste mottagaren utan avbrott få tillgång till samma satellitsignaler under en så pass lång stund, att programvaran hinner räkna ut antalet hela våglängder. Detta gör bärvägsmätningen känslig för periodbortfall, så kallade cycle slips. (Lantmäteriverket, 1996)

Med bärvägsmätning fås antalet våglängder mellan satellit och mottagare som

$$\Phi_i^j(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_i^j(t) + N_i^j + f^j \Delta \delta_i^j(t).$$

I ovanstående formel är  $\Phi_i^j(t)$  lika med decimaldelen av bärvägsskillnaden (den som mäts) vid tidpunkten  $t$ .  $\lambda$  är bärvägens våglängd och  $\rho_i^j(t)$  är det geometriska avståndet mellan satellit och mottagare (se avsnitt 2.2.1). Antalet hela våglängder betecknas  $N_i^j$  och frekvensen multiplicerat med tidsdifferensen  $f^j \Delta \delta_i^j(t)$ . (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)

Bärvågsmätning ger ett mätresultat med en noggrannhet ned till millimeternivå (Hofmann–Wellenhof et al., 2001).

## 2.3 Mätmetoder

En mätning kan utföras med antingen en eller flera mottagare och resultaten kan beräknas på plats alternativt i efterhand. Vid beräkningar i efterhand kan noggrannheten bli högre eftersom efterberäknad banddata går att beställa, till exempel från Navigation Information Service som drivs av U.S. Coast Guard. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)

### *Mätning med en mottagare—absolut mätning*

Absolut mätning innebär att bara en mottagare används och metoden används oftast vid navigering. Eftersom navigering kräver snabba resultat, bestäms positionen med kodmätning. (Lantmäteriverket, 1996)

### *Mätning med flera mottagare—relativ mätning*

Vid relativ mätning mäter två eller flera mottagare samtidigt mot samma satelliter och ger en högre noggrannhet än den absoluta mätningen. För att få bästa möjliga noggrannhet förutsätts det att bärvågsmätning används (Lantmäteriverket, 1996). Relativ kodmätning kallas Differentiell GPS. Relativ mätning kan genomföras som statisk relativ mätning, snabb statisk mätning eller relativ kinematisk mätning. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001, Lantmäteriverket, 1996)

### *Statisk relativ mätning*

Statisk relativ mätning är den mätmetod som ger högst noggrannhet. Att mäta statiskt betyder att GPS-mottagarna står stilla. Pågår mätningarna under en till två timmar, med mindre än 20 kilometer mellan mottagarna, erhålles mätvärden med god noggrannhet. Noggrannheten kan då bli omkring en till två millimeter per kilometer under förutsättning att mätningsförhållanden i övrigt är optimala och inga centreringsfel förekommer. Vid längre avstånd behövs kompensation för jonosfäriska störningar (se avsnitt 2.4.1), och därför krävs det att mottagarna mäter mot både L1- och L2-frekvenserna. (Lantmäteriverket, 1996)

### *Snabb statisk mätning*

Snabb statisk mätning innebär observationstider på ca 20 minuter. För att få lika bra mätresultat som vid vanlig statisk mätning krävs tillgång till både L1- och L2-signalerna. (Lantmäteriverket, 1996)

### *Relativ kinematisk mätning*

Relativ kinematisk mätning innebär att två eller flera mottagare mäter statiskt över kända punkter samtidigt som en eller flera mottagare flyttas runt för att mäta in okända punkter. Alla mottagarna måste mäta mot samma fyra eller fler satelliter samtidigt. Metoden ger centimeternoggrannhet. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001, Lantmäteriverket, 1996)

Innan en kinematisk bärvågsmätning påbörjas måste initialkoordinaterna bestämmas så att mottagaren vet exakt var den befinner sig. Initialiseringen kan göras statiskt eller kinematiskt (se avsnitt 3.2). Det är också bra att under kinematisk mätning besöka kända punkter för att på så vis kunna räkna fram de okända med större noggrannhet. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)

## 2.4 Mätnoggrannhet

Oavsett vilken mätmetod som används finns det några viktiga felkällor, ej nödvändigtvis orsakade av användaren, som kan påverka mätresultaten. De flesta av dessa fel elimineras eller reduceras emellertid i programvaran till mottagaren, men det finns en del användaren själv kan ta i beaktande. Till exempel kan användaren genom att studera DOP-värdena göra en bedömning om noggrannheten blir för låg och att mätning därför inte bör utföras. Höjdvärdena blir lite sämre än de horisontella koordinatvärdena vid GPS-mätning.

### 2.4.1 Felkällor

Felkällor vid GPS-mätning kan bero på:

- Fel hos satelliterna som till exempel klockfel och banfel (brist i modellering av satellitbanor).
- Fel som uppstår för signalen på vägen mellan satellit och mottagare. Detta så kallade utbredningsfel är av två typer; jonosfärisk och troposfärisk refraktion.
- Fel hos mottagaren. Mottagarfelen är antenntentrumsvariationer, klockfel och flervägsfel (multi-path).

#### *Jonosfärisk refraktion*

På vägen från satelliten till mottagaren blir signalen utsatt för både jonosfärisk och troposfärisk refraktion. I jonosfären påverkas satellitsignalen så att koden blir fördröjd och bärvågorna påskyndade. Detta betyder, att ett kodmätt pseudoavstånd blir längre än vad det egentligen är, medan ett bärvågsmätt avstånd har en tendens att bli kortare. Felen, som denna effekt ger upphov till, är lika stora för kodmätning som för bärvågsmätning och uppgår till ca 0,15–50 meter. Eftersom jonosfärsfelen är frekvensberoende är det bästa sättet, att bli av med jonosfäreffekterna, att mäta med de båda frekvenserna L1 och L2. Den jonosfäriska effekten, som är den största felkällan på satellitsignalen, är en av huvudorsakerna till att det finns två signaler med olika frekvens. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)

#### *Troposfärisk refraktion*

Den troposfäriska effekten på satellitsignalen går i motsats till den jonosfäriska inte att reducera genom att använda två frekvenser. Fördröjningen av signalen i troposfären beror till största delen på atmosfärens torra komponent. Vatteninnehållet är svårt att modellera och flera olika metoder för att beräkna troposfärens påverkan har tagits fram. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)

#### *Antenntentrumsvariationer*

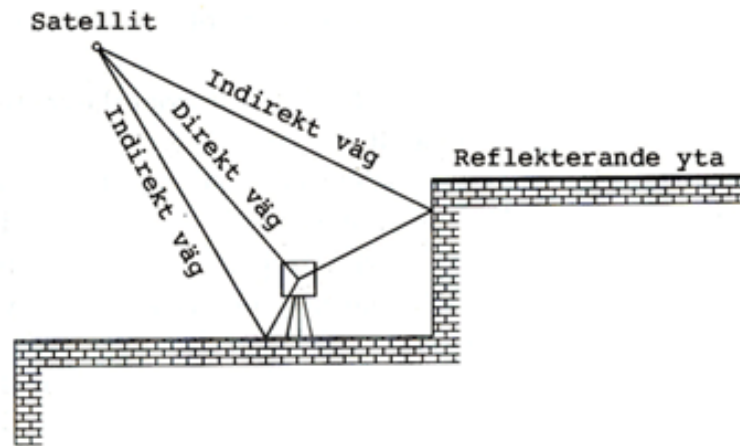
Med antenntentrum menas den punkt till vilken satellitsignalen mäts. Denna sammanfaller alltså inte nödvändigtvis med den geometriska centrumpunkten i antennen. Antenntentrum varierar med satellitsignalerna men varierar systematiskt och kan därför undersökas i testserier. Eftersom variationerna är olika mellan olika fabrikat är det svårt att modellera antenntentrum. Vid tvåfrekvensmätning uppstår även problemet med att L1 och L2 har olika antenntentrum. Felen som antenntentrumsvariationerna ger upphov till uppgår ungefär till 1–2 cm. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)

*Klockfel*

Ett konstant klockfel mellan satellit och mottagare elimineras i beräkningarna. Dock kan det förekomma tidsberoende klockfel.

*Flervägsfel*

Ett flervägsfel uppstår när satellitsignalen når mottagaren via mer än en väg (se figur 3). Felet kan orsakas genom att signalen reflekteras när satelliten sänder ut den, men det vanligaste är att signalen reflekteras mot en eller flera ytor nära mottagaren. Om satellitsignalen når mottagaren från en mycket låg vinkel över horisonten ökar risken för reflexion på vägen till mottagaren. För att undvika flervägsfel bör alltså lågt liggande satelliter undvikas och uppställningsplatsens närområde vara fritt från ytor som kan reflektera, såsom till exempel bilar. Ett flervägsfel kan vara på 10–20 m för kodmätning, som är mer känsligt för denna typ av fel än bärvägsmätning. I en omgivning med mycket byggnader kan sådana fel till och med uppgå till 100 m. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)



Figur 3: Flervägsfel. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001, sid. 126, bearbetad)

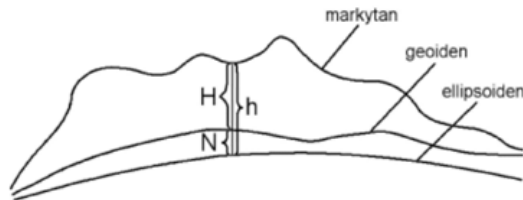
## 2.4.2 Höjdmätning

Även om många fel kan reduceras och mätningar vid alltför dåliga DOP-värden kan undvikas (se avsnitt 2.4.3), stämmer ofta höjdvärdena sämre vid GPS-mätning än vid traditionell mätning med till exempel totalstation. Det finns två huvudorsaker till varför höjdvärdena stämmer dåligt med de höjder, som Rikets höjdsystem 1970 (RH 70) (se avsnitt 2.5.2) anger. Den ena beror på, att GPS förutsätter ett geocentriskt koordinatsystem och den andra på satellitkonfigurationen. Vanligen är felet i höjd ca 1,5 gånger större än det horisontella felet, men större fel förekommer beroende på atmosfäriska förhållanden. (Lantmäteriverket, 2003a)

GPS-systemet utgår ifrån att origo befinner sig i jordens tyngdpunktscentrum (geocentriskt koordinatsystem). För att kunna räkna ut höjden över havet, görs en modell, en referensellipsoid (se figur 4), över hur jorden egentligen ser ut (se avsnitt 2.5.2). Denna referensyta är något förenklad,



eftersom den yta som vanligen används för höjdbestämmning (Geoiden) inte på ett enkelt sätt går att uttrycka i matematiska formler. I Sverige avviker höjden över referensellipsoiden för GPS-systemet från höjden över havet med +20 till +40 meter. Därför måste de GPS-mätta höjdvärdena korrigeras (se avsnitt 2.5.2). (Lantmäteriverket, 2003a)

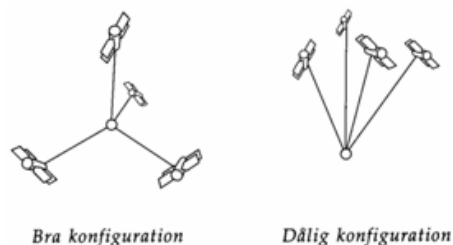


Figur 4: Förhållandet mellan höjd över havet (markytan), geoiden och ellipsoiden. (Lantmäteriverket, 2003a, Geoiden)

Den andra orsaken till att höjdvärdena är sämre än de horisontella värdena är beroende av den geometriska konfigurationen hos satelliterna i förhållande till mottagaren (Lantmäteriverket, 2003a). Här kan DOP-värdena ge en bild av hur bra satellitkonfigurationen är (se avsnitt 2.4.3).

### 2.4.3 DOP-värden

Hur mycket som än kan korrigeras, reduceras och bearbetas i efterhand finns det ingenting som kan förbättra en dålig satellitkonfiguration (se figur 5) och därför studeras DOP-värdena (Dilution of Precision). För att veta hur bra satellitkonfigurationen är vid mätningen, studeras något DOP-värde, vanligen GDOP (Geometric Dilution of Precision) eller PDOP (Position Dilution of Precision). Det finns även andra DOP-värden som till exempel TDOP (Time Dilution of Precision). Om GDOP eller PDOP är mycket dåligt skall mätningen helst räknas bort. Om ett mycket noggrant mätresultat krävs, kan satellitbanddata beställas i förväg men i allmänhet räcker det att ladda ner banddata (så kallade almanacksdata) via GPS-mottagaren eller hämta dem från någon internetsida och sedan prediktera GDOP-värdet (Jonsson, 2003). Med hjälp av banddata kan sedan den tidpunkt, då bäst satellitkonfiguration kan uppnås, väljas ut för mätningen. Bästa mätresultat för kinematisk mätning fås, när fem eller fler satelliter är synliga och GDOP-värdet är mindre än sex. (Hofmann-Wellenhof et al., 2001)



Figur 5: Exempel på bra och dålig satellitkonfiguration. (Lantmäteriverket, 1996, sid. 42)

Ett DOP-värde räknas fram när avståndet mellan satellit och mottagare beräknas. I vanliga fall kan avstånd beräknas med minsta kvadratmetoden (se avsnitt 4.1.3) utifrån det överbestämde, linjära ekvationssystemet  $\mathbf{Ax} = \mathbf{l}$ .  $\mathbf{A}$  är en koefficientmatris,  $\mathbf{x}$  är vektorn med de okända pseudoavstånden och  $\mathbf{l}$  är en vektor innehållande differenser mellan observationerna och de geometriska avstånden. I GPS-sammanhang erhålls emellertid olinjära samband och för att kunna använda minsta kvadratmetoden måste dessa först lineariseras. Det lineariserade sambandet kan skrivas som  $\underline{\mathbf{A}}\mathbf{x}=\underline{\mathbf{l}}$ . En adjungerad matris (cofactor matrix) för observationen, det vill säga  $\mathbf{Q}_x=(\underline{\mathbf{A}}^T \underline{\mathbf{A}})^{-1}$ , kan då skrivas som (Hofmann–Wellenhof et al., 2001):

$$\mathbf{Q}_x = \begin{pmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xz} & q_{xt} \\ q_{xy} & q_{yy} & q_{yz} & q_{yt} \\ q_{xz} & q_{yz} & q_{zz} & q_{zt} \\ q_{xt} & q_{yt} & q_{zt} & q_{tt} \end{pmatrix}$$

och ger bland annat

$$\begin{aligned} GDOP &= \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz} + q_{tt}} \\ PDOP &= \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}} \\ TDOP &= \sqrt{q_{tt}} \end{aligned}$$

## 2.5 Referenssystem

Varje land har sitt eget rikstäckande referenssystem. I Sverige är det traditionella referenssystemet sammansatt av ett horisontellt koordinatsystem, ett höjdsystem och ett geoidhöjdsystem. Varje lands nationella referenssystem fungerar dåligt globalt sett, eftersom ett nationellt system är anpassat för att på bästa sätt beskriva just det landet. När det gäller GPS-mätningar blir utgångspunkten annorlunda. GPS är redan anpassat för att vara globalt. Detta innebär att referenssystemet stämmer ganska bra över hela jorden. För att kunna genomföra noggrannare mätningar med GPS kan varje land bygga upp ett nationellt referenssystem som utgår från de globala. Sverige har i likhet med ett antal andra länder valt att göra just så.

### 2.5.1 Globala referenssystem

Det finns två globala referenssystem, WGS 84 (World Geodetic System 1984) och ITRF (International Earth Rotation Service Terrestrial Reference Frame) (Lantmäteriverket, 1996). De båda referenssystemen är uppbyggda på helt olika sätt. WGS 84 byggde ursprungligen på Dopplermätningar från TRANSIT-systemet medan ITRF har sin grund i SLR- (Satellite Laser Ranging) och VLBI-mätningar (Very Long Baseline Interferometry). På grund av bristande noggrannhet i det ursprungliga WGS 84 definieras ett nytt WGS 84 baserat på ITRF (se figur 7). GPS använder WGS 84 som standardreferenssystem. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001, Teunissen et al., 1998)

### 2.5.2 Referenssystem i Sverige

I Sverige finns ett traditionellt referenssystem och ett speciellt anpassat för GPS. Det förstnämnda heter Rikets referenssystem 1992 (RR 92) och är en sammansättning av Rikets koordinatsystem 1990

(RT 90), Rikets höjdsystem 1970 (RH 70) och Rikets geoidhöjdsystem 1992 (RN 92) (Lantmäteriverket, 1996). Referenssystemet för GPS heter SWEREF 99 (Lantmäteriverket, 2003b).

#### *RT 90*

RT 90 påbörjades 1967 med heltäckande trianguleringar från söder till norr (se figur 6). När allt var färdigmätt beräknades nätet som helhet och ersatte därmed det gamla systemet RT 38. RT 90 består av 3800 punkter och baseras på Bessels referensellipsoid. Vanligtvis uttrycks RT 90 med Gauss kartprojektion med medelmeridian 2,5 gon V. (Lantmäteriverket, 2003c)



Figur 6: Rikets koordinatsystem 1990 (RT 90). (Lantmäteriverket, 2003a, Referenssystem/RT 90)

#### *RH 70*

Höjden över havet innebär avståndet längs lodlinjen från geoiden till den aktuella punkten på jordytan (se figur 4). Höjdsystemet som används nu är RH 70, men en ny riksavvägning pågår och förväntas vara klar den 1 mars 2004 (Lilje, 2003), kommer att utmynna i ett nytt höjdsystem. Höjdsystem kan skilja sig åt beroende på vilken havsnivåyta som sätts till 0 m över havet (Lantmäteriverket, 2003a). RH 70 är kopplat till det europeiska höjdsystemet UELN 55 (United European Levelling Network 1955) vars nollnivå är Normaal Amsterdams Peil (NAP). (Lantmäteriverket, 2003d)

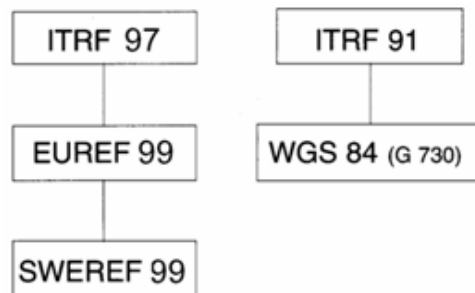
#### *RN 92*

Ett geoidhöjdsystem behövs för att kunna transformera mellan höjd över havet och höjd över ellipsoiden (se figur 4). Ett sätt att beskriva geoiden, är att föreställa sig att dess yta sammanfaller med den ostörda havsnivåytan och dess förlängning in under land. Eftersom geoidens form inte kan uttryckas på ett enkelt sätt med matematiska formler brukar den anges som skillnaderna mot en referensellipsoid, som ju går att uttrycka som en matematisk formel. Dessa skillnader listas i ett geoidhöjdsystem som är olika beroende på vilken referensellipsoid som används (Lantmäteriet, 1996). I Sverige använder vi för närvarande geoiden SWEN 01L för att transformera mellan RH 70 och höjder i SWEREF 99. SWEN 01L är en anpassning för Sverige utifrån den nordiska geoidmodellen NKG 96 (Nordiska Kommissionen för Geodesi 1996) och bokstaven L indikerar, att landhöjningen i Sverige mellan 1970 och 1995 är medräknad i modellen. Filerna som beskriver SWEN 01L fås från

lantmäteriverket och läggs in i mottagarprogramvaran för att kunna få ut korrekt höjd direkt vid GPS-mätningen (Lantmäteriverket, 2003e).

### SWEREF 99

Det svenska referenssystemet för GPS, SWEREF 99 (Swedish Referens Frame 1999), bygger på det europeiska systemet EUREF 99 (European Reference Frame 1999), som i sin tur bygger på ITRF 97 (se figur 7). SWEREF 99 har byggts upp kring de 21 fasta, markbaserade SWEPOS-stationerna (se avsnitt 3.3). Syftet med att bygga ett nationellt, globalt anpassat referenssystem är att kunna mäta med högre noggrannhet. För närvarande skiljer sig SWEREF 99 och WGS 84 åt med några decimeter. (Lantmäteriverket, 2003b)



Figur 7: Sambanden mellan de olika referenssystemen för GPS-mätning. (Lantmäteriverket, 1996, sid. 18, bearbetad, Lantmäteriverket, 2003b)

### RIX 95

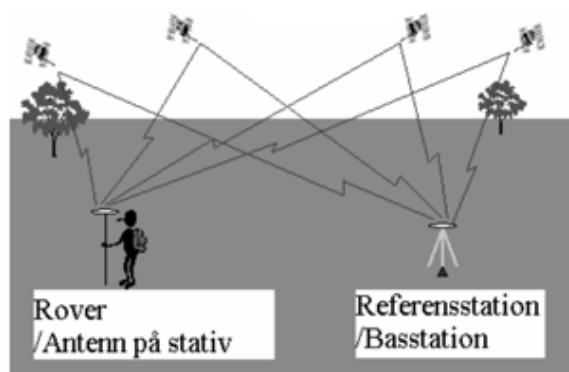
För att skapa transformationssamband mellan de kommunala/lokala koordinatsystemen och SWEREF 99/RT 90 har projektet RIX 95 startats. Med RIX 95 får kommunerna också ett verktyg för att utvärdera de lokala geometrierna och dessutom förtätas SWEREF-nätet. Deltagare i projektet är Lantmäteriverket, som står för nätuppbyggnaden, Sjöfartsverket, Vägverket, Banverket, Försvaret och Kommunförbundet. I skapandet av RIX 95-nätet nyttjas i största möjliga mån redan bestämda punkter som vid behov förbättras. Mätningarna utförs som statiska mätningar (se avsnitt 2.3) med observationstider på minst 45 minuter (att jämföras med SWEREF-punkter som mäts under 2 gånger 24 timmar). Alla inmätta punkter utjämnas först i SWEREF 99. För att få punkterna uttryckta även i RT 90, transformeras koordinatsystemet till SWEREF 99 före utjämnning. Även höjderna utjämnas i RH 70 transformerat till SWEREF 99. Allra sist beräknas transformations-sambanden från de lokala systemen till RT 90 och SWEREF 99. Kommunerna har kunnat ha en stor roll i skapandet och förtätandet av RIX 95. I Skåne har vissa kommuner förtätat SWEREF-nätet med egna GPS-inmätta punkter. Detta nät kallas för Skan 95 och är anslutet till RIX 95. På längre sikt är tanken, att alla lokala och regionala system skall ersättas av ett internationellt system. (Lantmäteriverket, 2003a)

## 3 Relativ mätning med GPS

Relativ mätning bygger på att en position bestäms med hjälp av differenser relativt en eller flera (oftast kända) positioner. Detta kräver alltså minst två GPS-mottagare. De vanligaste relativa mätteknikerna kallas för RTK (Real Time Kinematic), DGPS (Differential GPS) och statisk mätning (se avsnitt 2.3). Den sistnämnda ger bäst resultat med en noggrannhet på 0,5–2 centimeter om bärvägs-mätning kombinerat med efterberäkning tillämpas. Efterberäkningarna ger ett bättre resultat eftersom de exakta satellitbanorna kan tas med i beräkningarna. För att få resultat i realtid används tekniken RTK som ger en noggrannhet på 1–3 centimeter. DGPS är en kodmätningsteknik i realtid men kan även efterberäknas. Noggrannheten är på 0,5–2 meter. (Lantmäteriverkat 2003e)

Kapitlet handlar om relativ mätning och avsnitt 3.1 berör differenser och hur dessa kan reducera fel. De olika differenserna vid bärvägs-mätning är singeldifferenser, dubbeldifferenser, och trippeldifferenser. Avsnitt 3.2 beskriver två RTK-tekniker, traditionell RTK och nätverks-RTK. I avsnitt 3.3 behandlas SWEPOS, ett nätverk av referensstationer som finns i Sverige. Vissa av dessa referensstationer bygger upp regionala nätverk för lokal positionering. SWEPOS har också en del tjänster som privatpersoner och företag kan nyttja.

### 3.1 Differenser



Figur 8: Principen för relativ mätning. (SWEPOS, 2003d, tidigare seminarier/DGPS)

Relativ mätning kräver att två mottagare samtidigt utför observationer mot samma satelliter och den ena punkten måste vara känd (se figur 8). När observationerna sker simultant, kan singeldifferenser, dubbeldifferenser och trippeldifferenser bildas. Dessa differenser kan reducera eller eliminera de flesta felkällor som försämrar mät noggrannheten vid absolut mätning (se avsnitt 2.3). För att finna en lösning måste båda mottagarna ha kontakt med minst fem gemensamma satelliter.

#### 3.1.1 Singeldifferenser

Från två punkter  $A$  och  $B$  observeras samma satellit  $j$  och bildar singeldifferensen enligt formeln

$$\Phi_{AB}^j(t) = \frac{1}{\lambda} \varrho_{AB}^j(t) + N_{AB}^j + f^j \delta_{AB}(t)$$

där  $\Phi_{AB}^j(t)$  är decimaldelen av bärvågorsskillnaden (den som mäts) vid punkten  $A$  respektive  $B$ , vid tidpunkten  $t$ .  $\lambda$  är våglängden och  $\varrho_{AB}^j(t)$  är skillnaden mellan de geometriska avståndet mellan satelliten och mottagarna.  $N_{AB}^j$  är skillnaden mellan antalet hela våglängder (periodobekanta),  $f^j$  är satellitsignalens frekvens och  $\delta_{AB}(t)$  är tidsdifferensen mellan punkten  $A$ :s mottagare och punkten  $B$ :s mottagare. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)

Denna lösning eliminerar satellitens klockfel eftersom båda mottagarna mäter mot samma satellit. Vidare reduceras effekter av atmosfärsrefraktion om mottagarna står nära varandra. Det går inte att eliminera felet i antalet periodobekanta mellan de två mottagarna eller skillnaden i mottagarklockornas fel.

### 3.1.2 Dubbeldifferenser

Vid dubbeldifferenser observeras två gemensamma satelliter  $j$  och  $k$  från två punkter  $A$  och  $B$ . Differensen mellan två singeldifferenser bildar en dubbeldifferens enligt formeln

$$\Phi_{AB}^{jk}(t) = \frac{1}{\lambda} \varrho_{AB}^{jk}(t) + N_{AB}^{jk}.$$

$A$  och  $B$  representerar differensen mellan de två punkterna och  $j$  och  $k$  differensen mellan de två satelliterna. Mottagarnas klockfel kan elimineras eftersom satelliternas frekvens är densamma. Detta innebär att dubbeldifferenser är att föredra framför singeldifferenser eftersom både satelliternas och mottagarnas klockfel elimineras (Hofmann–Wellenhof et al., 2001). Dubbeldifferenser används av datorprogram för bärvågsmätning.

### 3.1.3 Trippeldifferenser

När singeldifferenser och dubbeldifferenser bildas tas endast en mätepok  $t$  med. Om istället två mätepoker  $t_1$  och  $t_2$  tas med i beräkningen, bildas en trippeldifferens. Genom att ta differensen mellan två dubbeldifferenser vid två mätepoker fås en trippeldifferens enligt formeln

$$\Phi_{AB}^{jk}(t_{12}) = \frac{1}{\lambda} \varrho_{AB}^{jk}(t_{12}) \quad \text{där } (t_{12} = t_2 - t_1).$$

Fördelen med trippeldifferenser är att antalet hela våglängder tar ut varandra och detta kan i sin tur användas för att upptäcka periodbortfall. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001)

## 3.2 RTK

Relativ mätning kan utföras som kodmätning eller bärvågsmätning där den sistnämnda ger ett noggrannare resultat. För att få noggranna mätresultat i realtid kan tekniken RTK (Real Time Kinematic) tillämpas. Denna teknik går ut på att bärvågsobservationer sänds från basen till rovern. RTK-mätning kräver minst två mottagare som har kontinuerlig kontakt med samma satelliter, så att differenser mellan mottagarna kan bildas. Det finns även en teknik som bygger på samma princip men sänder kodkorrektioner istället. Denna teknik kallas DGPS (Differential GPS). DGPS kan även

efterberäknas.

De korrektionsdata, som överförs från referensstationen/basen till rovern, innehåller observationsdata från satelliterna vid referensmottagaren samt dess position. Standardöverföringsformatet för RTK och DGPS-observationer i realtid har sedan 1985 varit RTCM (Radio Technical Commission for Maritime Services) och finns i olika versioner (Hofmann-Wellenhof et al., 2001). För att kunna effektivisera överföringen har tillverkare av GPS-mottagare utvecklat sina egna format, som till exempel Trimbles binära format CMR (Compact Measurement Record). Dataöverföringen sker oftast via radio- eller GSM-modem men även andra lösningar finns såsom GPRS-länk och FM-bandet (Landau et al., 2002, Talbot et al., 2002).

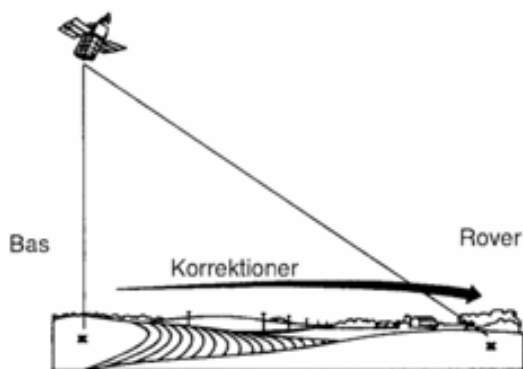
För att kunna lösa differensekvationerna måste en position vara känd för rovern någon gång under mätningen och detta helst i början. Med hjälp av den kända positionen kan periodobekanta bestämmas och sedan lösas ut för vidare mätning, så länge båda mottagarna har kontakt med minst fyra gemensamma satelliter. Att bestämma periodobekanta och beräkna sin position kallas initialisering och kan utföras på olika sätt. Den tid det tar, innan de periodobekanta har lösts ut, kallas initialiseringstid. Det finns tre olika metoder för statisk initialisering. (Hofmann-Wellenhof et al., 2001)

1. En snabb statisk mätning (se avsnitt 2.3) vid en okänd punkt utförs och periodobekanta kan bestämmas med hjälp av den inmätta positionen.
2. Rovern placeras över en känd punkt och med hjälp av den kända positionen kan periodobekanta bestämmas.
3. Antennbyte (antenna swap). Basen är placerad över en känd punkt och rover placeras över en godtycklig punkt. Efter att ha registrerat bärvägsdata under ett antal epoker byts antennerna, så att rovers antenn placeras över den kända punkten och basens antenn placeras över den godtyckliga. Under bytet får inte låsningen till satelliterna släppas. Därefter registreras bärvägsdata under ytterligare några epoker, och antennerna byter återigen tillbaka till sina ursprungsplatser.

För att kunna lösa periodobekanta när rovern är i rörelse (kinematisk initialisering) utan känd position används en teknik som kallas "On the Fly"-initialisering. Denna metod är mer avancerad än de andra och har mycket gemensamt med metoden för statisk initialisering där en snabb statisk mätning utförs. Huvudproblemet med denna metod är att snabbt och exakt bestämma vilken position rovern har. Detta går att lösa ut genom att först approximera en position och utifrån detta värde förbättra positionen genom minsta kvadratmetoden eller liknande metoder. (Hofmann-Wellenhof et al., 2001)

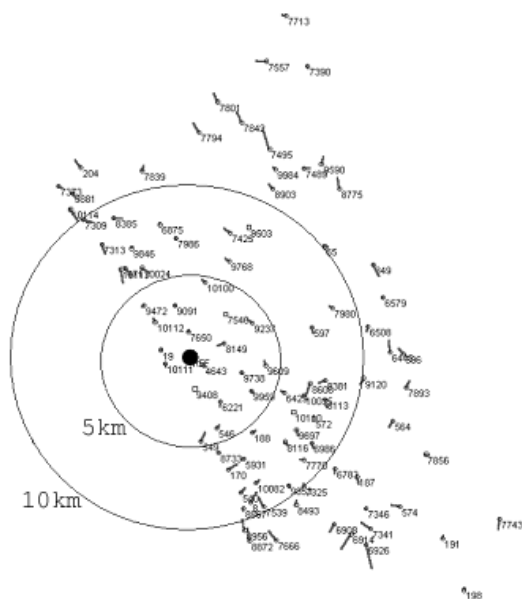
### 3.2.1 Traditionell RTK

Den äldsta metoden för relativ mätning innebär att en egen bas etableras och att resultaten efterberäknas. Med dagens teknik överförs korrekationer via radio- eller GSM-länk, och resultaten fås i realtid (se figur 9).



Figur 9: Principen för RTK. (Hofmann–Wellenhof et al., 2001, sid. 136, bearbetad)

Denna RTK-teknik ger god noggrannhet när avståndet mellan rover och bas inte överstiger två kilometer (Johansson et al., 2001). Det finns ett flertal studier som visar detta (jämför figur 10).



Figur 10: Felvektorer i Helsingborg, uppmätta med Ciceron-tjänsten (se avstitt 3.3.2). (Ollvik, 2001, sid. 5, bearbetad)

De baser, som etableras, kan vara antingen temporära eller permanenta. De temporära placeras över en känd punkt, oftast en polygonpunkt, som är väl inmätt (Ollvik, 2001). De permanenta baserna placeras oftast på byggnader, där de kan stå skyddade under längre perioder utan att rubbas. Det finns för- och nackdelar med båda sätten. Den främsta fördelen med temporär bas är, att den nästan alltid kan placeras inom två kilometers radie, vilket ger bra mätresultat. Nackdelen är, att basen ibland måste lämnas, vilket innebär en risk för stöld och sabotage. Detta kan undvikas, om basen är permanent. Fördelar med permanenta baser är, att en egen bas inte behöver etableras, att de

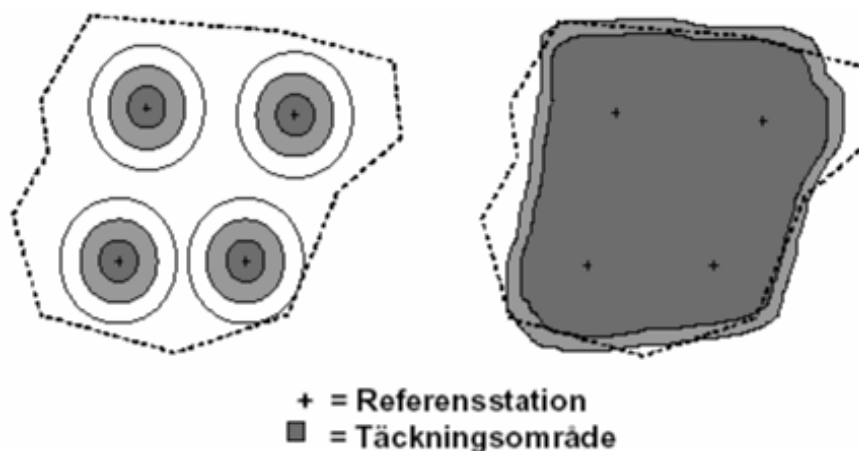


har en längre räckvidd på radion och att flera användare kan dela på kostnaderna.

Etablering av bas är ett viktigt moment vid RTK-mätning. Om basen placeras för nära byggnader, träd eller andra föremål, som kan hindra eller störa satellitvågorna, kan initialisering bli omöjlig eller initialiseringstiden öka. Om basen placeras på ett olämpligt ställe, som till exempel vid en metallvägg, kan mätresultaten bli dåliga på grund av flervägsfel (se avsnitt 2.4.1). En sned eller felplacerad bas kommer att sända ut fel information, eftersom den inte står över exakt de kända koordinaterna som används i beräkningarna.

### 3.2.2 Nätverks-RTK

Nätverks-RTK består av minst tre referensstationer, som samlar in GPS-data och tar fram information om jonosfärs-, troposfärs- och banfel som påverkar signalen. En huvudcentral samlar in informationen och genererar korrektioner, som sedan sänds till användarna. Av den orsaken är nätverks-RTK inte lika avståndsberoende, som traditionell RTK, eftersom flera referensstationer tillsammans modellerar atmosfären ovanför mätområdet. Vid traditionell RTK används en bas och de atmosfäriska felen ökar med ökat avstånd mellan rover och bas. Redan efter några kilometer blir noggrannheten osäker för geodetiska tillämpningar. För att kunna täcka större områden krävs ett stort antal baser. Det skulle till exempel behövas upptill 150 baser för att täcka hela Skåne (Ollvik, 2001). Figur 11 visar hur stora skillnaderna är i täckningsområde mellan traditionell RTK och nätverks-RTK.

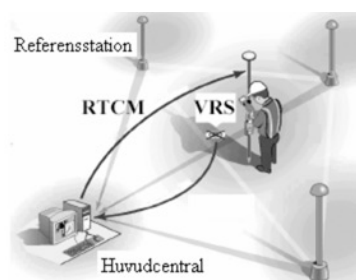


Figur 11: Schematisk bild åskådliggörande mätområdesskillnader mellan traditionell RTK (till vänster) och nätverks-RTK (till höger). (SWEPOS, 2003b)

WADGPS (Wide Area Differential GPS) är en annan metod som bygger på samma princip som nätverks-RTK fast med sämre noggrannhet. Skillnaden är att WADGPS bygger på kodmätning, medan nätverks-RTK bygger på bärvägsmätning. (Talbot et al., 2002)

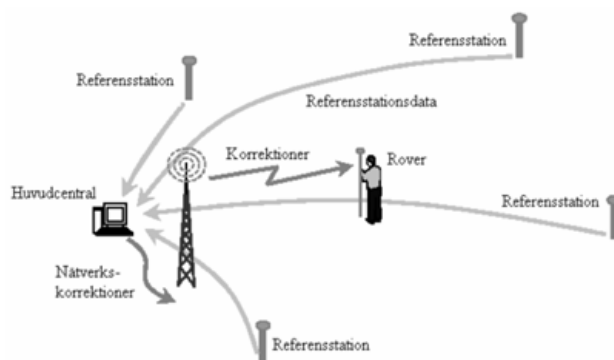
Differenserna, som bildas vid relativ mätning, reducerar fel tack vare att felen mellan referensstationen och rovern tar ut varandra. Ökar avståndet mellan mottagarna, ökar även felen hos rovern,

eftersom atmosfären inte är densamma över de båda mottagarna. Detta medför, att noggrannare mätresultat fås ju närmare referensstationen mätningen utförs. Inom nätverks-RTK kan avståndet mellan mottagarna minimeras genom att en virtuell bas skapas (VRS, Virtual Reference Station). Denna virtuella bas simulerar en lokal bas nära rovern, och felet blir på så sätt mindre (se figur 12). VRS-tekniken bygger på tvåvägskommunikation, där rovermottagaren bestämmer sin ungefärliga position och sänder positionen via GSM- eller GPRS-länk till huvudcentralen. Huvudcentralen sänder tillbaka DGPS-korrekationer i RTCM-format, och rovern uppdaterar sin position till en noggrannhet på meternivå. Detta räcker för att reducera felet. Den nya positionen sänds tillbaka till huvudcentralen, som skapar en virtuell bas över positionen. Efter detta sänds kontinuerligt nya korrekationer i RTCM-format till rovern. Dessa korrekationer ser ut att komma från den virtuella basen och sänds ut i samma format, som används vid traditionell RTK. Detta innebär att ingen annan mjukvara behövs, än den som används vid traditionell RTK-mätning. (Landau et al., 2002)



Figur 12: Principen för VRS. (Landau, 2002, sid. 138, bearbetad)

För att undvika tvåvägskommunikationen som begränsar antalet uppkopplade användare, kan i stället envägskommunikationsteknik användas. Satellitkorrektionerna sänds från huvudcentralen till rovern (se figur 13). Rovermottagaren interpolerar sedan fram atmosfärsfelen och banfelen med hjälp av satellitkorrektionerna. En nackdel med denna metod är att hela atmosfärsmodellen måste överföras eftersom nätverket inte vet var roven befinner sig. Detta kräver i sin tur en extra program i mottagaren. (Talbot et al., 2002)



Figur 13: Principen för envägskommunikation i nätverks-RTK. (Talbot, 2002, sid. 2380, bearbetad)

Det finns för närvarande ingen internationell standard för hur överföringsformatet skall se ut, och därför måste utrustningen anpassas till formatet som används i nätverket. Överföringen till rovern från huvudcentralen kan ske via radiolänk, GSM-, GPRS-länk eller via FM-bandet. (Talbot et al., 2002)

### 3.3 SWEPOS®

SWEPOS är ett nationellt nät av fasta referensstationer för GPS (se figur 14) och är uppbyggt i samarbete mellan Lantmäteriverket, Onsala rymdobservatorium (Chalmers tekniska högskola), projektet ”GPS-resurser i Norrbotten” och Sveriges Provnings- och Forskningsinstitut. Lantmäteriverket ansvarar för drift och underhåll. SWEPOS-nätet finansieras av statliga anslag och användaravgifter. Mellan år 1995 och 1999 finansierades och utformades SWEPOS av Banverket, Vägverket, Telia, Sjöfartsverket, Luftfartsverket, SJ och Försvarsmakten. Vidareutveckling av SWEPOS sker i samarbete mellan Lantmäteriverket och Onsalas rymdobservatorium. (SWEPOS, 2003a, SWEPOS, 2003b)

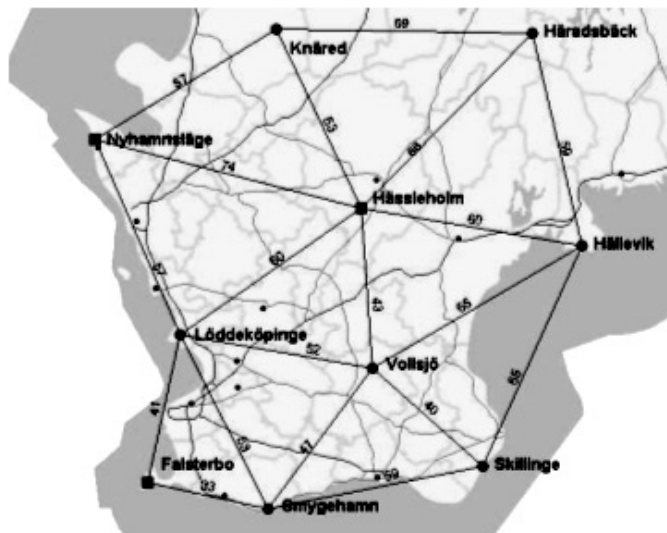


Figur 14: SWEPOS-stationerna i Sverige. (SWEPOS, 2003b, bearbetad)

SWEPOS uppgift är att erbjuda data från GPS-satelliterna till olika ändamål, såsom positionsbestämning med centimeternoggrannhet i realtid, DGPS, satellitprediktion och studier av rörelser i jordskorpan på millimeternivå. Övervakning, styrning och arkivering av SWEPOS-nätet sker från driftsledningscentralen i Gävle. (SWEPOS, 2003b)

#### *Regionala nätverk*

Positionering på centimeternivå uppnås med hjälp av det nät av fasta referensstationer som finns. Sedan februari 2002 har regionala positionstjänster fungerat, och i mars 2003 fanns det tre fungerande nät uppbyggda kring SWEPOS-nätets fasta referensstationer. Dessa finns i Mälardalsområdet, Skåne (se figur 15) och västra Sverige. Det finns planer på att utvidga positioneringstjänsterna till att täcka hela södra Sverige och Norrlandskusten. Positionstjänsterna kan betraktas som prototyp-tjänster under 2002/2003, och vid årsskiftet 2003/2004 beräknas prototyp-tjänsterna övergå i en nationell positionstjänst med regional täckning. (SWEPOS, 2003b)



Figur 15: Ett exempel på ett nätverk för nätverks-RTK, SKAN-RTK-nätet. (SWEPOS, 2003c)

#### *SWEPOS-stationer*

Det finns för närvarande 57 SWEPOS-stationer i Sverige. En del av dessa bygger upp de tre fungerande nätverken för RTK. Av de 57 stationerna är 21 fullständiga (se figur 16) och resterande förenklade. Programvaran som används i de svenska RTK-nätverken heter GPSNet och är framtagen av Trimble. GPSNet bygger på Virtual Reference Station (VRS). För att kunna ta emot flera samtal har SWEPOS-driften så kallade ISDN-routrar (Integrated Services Digital Network), som möjliggör, att upp till 30 användare per nätverk kan vara uppkopplade samtidigt. (Nilsson, 2003)

De fullständiga SWEPOS-stationerna har i stor utsträckning dubblad utrustning såsom dubbla GPS-mottagare, backupdatorer och backupdataförbindelse, detta för att få en hög driftsäkerhet. GPS-antennerna är placerade på cirka tre meter höga betongpelare, som är fastgjutna i berg för att ge ökad stabilitet.



Figur 16: Fullständig SWEPOS-station i Hässleholm. (SWEPOS, 2003a)

De förenklade stationerna är oftast placerade på befintliga byggnader, och GPS-antennens position övervakas av de 21 fullständiga SWEPOS-stationerna. De har inte i samma utsträckning dubblerad utrustning och saknar backupförbindelse. (Wiklund, 2003)

### 3.3.1 SWEPOS-tjänster

SWEPOS tillhandahåller och medverkar förutom nätverks-RTK till ett flertal tjänster inom navigering och positionsbestämning med GPS. Tjänsterna täcker både realtidsanvändning och efterberäkningstillämpningar (SWEPOS, 2003b):

#### *SMS-tjänst*

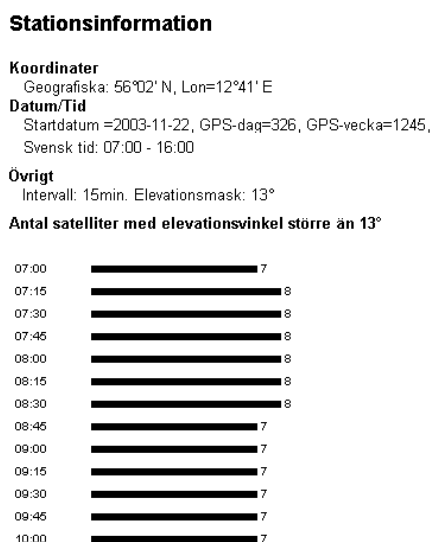
Den som abonnerar på nätverks-RTK kan anmäla sitt mobiltelefonnummer till SWEPOS och via SMS få information om bland annat driftsstörningar eller planerade avbrott.

#### *DGPS-tjänst*

SWEPOS tillhandahåller DGPS-korrekationer till företag som säljer DGPS-tjänster. I dagens läge finns det två företag som erbjuder denna typ av tjänster. Cartesias tjänst heter EPOS<sup>®</sup> och Furgos OmniSTAR<sup>®</sup>.

#### *Satellitprediktion*

Genom att kontrollera satellittillgängligheten kan mätningen planeras och på så sätt maximera mätnoggrannheten. Genom att fylla i ett formulär med koordinater, datum/tid, tidsintervall och elevationsvinkel på SWEPOS hemsida genereras ett schema över hur många satelliter som är tillgängliga (se figur 17). Denna tjänst är kostnadsfri.



Figur 17: Del av ett satellitprediktionsschema. (SWEPOS, 2003b)

#### *Koordinattransformation*

På SWEPOS hemsida kan även koordinattransformationer utföras gratis. Genom att skriva in ko-

ordinater i ett koordinatsystem (geocentriska eller kartesiska) transformeras dessa koordinater ”online” till ett annat koordinatsystem. Det finns ett flertal olika transformationer, som till exempel från WGS 84 till RT 90.

#### *Efterberäkningsdata*

Genom att efterberäkna mätvärden kan noggrannare resultat erhållas, eftersom felen i satellitbanorna då är kända. Detta går ut på att i fält logga mätdata och därefter kombinera dessa med SWEPOS-data för samma tid i något beräkningsprogram. På SWEPOS hemsida finns mer information om prisuppgifter och dylikt.

## 4 Geodetisk felteori

Det finns ett flertal metoder att behandla mätdata statistiskt. I denna rapport används linjär regressionsanalys och F-test.

I avsnitt 4.1 förklaras begreppet regressionsanalys. Om mätfelen är normalfördelade, kan linjär regression med minsta kvadratmetoden göras. I de fall inte alla regressionsparametrar är kända, kan de skattas. Med konfidensintervall kan en intervallskattning av de okända parametrarna utföras. Den förväntade utgången av en studie prövas lämpligen i en hypotesprövning, 4.2, eller i ett F-test, 4.3.

### 4.1 Regressionsanalys

För att hitta samband mellan två eller flera storheter kan en regressionsanalys utföras. Det finns olika metoder för regressionsanalys, beroende på vilka storheter som skall analyseras. Om det är två storheter och de är linjärt beroende av varandra kallas analysen för enkel linjär regression. En stokastisk variabel,  $X$ , består av en serie värden  $(x_1, \dots, x_n)$ . Varje sådant värde blir en punkt i ett koordinatsystem, där den ena storheten motsvaras av  $x$ -axeln och den andra storheten av  $y$ -axeln. För att se om de storheter, som den stokastiska variabeln påverkas av har något linjärt samband, kan den teoretiska regressionslinjen räknas fram som

$$y = \alpha' + \beta x$$

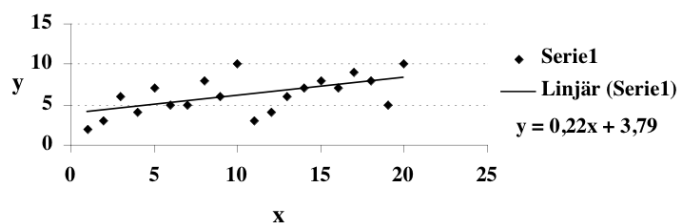
Linjen visar hur väntevärdet,  $y$ , påverkas av regressionsvariabeln  $x$ , där  $\alpha'$  är  $y$ -interceptet och  $\beta$  lutningskoefficienten. De lodräta avstånden mellan punkterna och regressionslinjen beräknas som

$$e_i = y_i - \alpha' - \beta x \quad (i = 1, \dots, n)$$

och punkterna är normalfördelade med fördelningen  $N(0, \sigma)$  (se avsnitt 4.1.1). Ju mindre avstånden är desto bättre ansluter sig punkterna till linjen. Normalt sett är parametrarna  $\alpha$  och  $\beta$  okända. Detta innebär, att de måste skattas, och det görs lämpligen med en objektiv numerisk metod, till exempel minsta kvadratmetoden (se avsnitt 4.1.2). Den skattade regressionslinjen (se figur 18) skrivs

$$y = \alpha^* + \beta^*(x - \bar{x})$$

där \* anger, att variabeln är skattad och  $\bar{x}$  medelvärdet av variabelvärdena. (Blom, 1989)



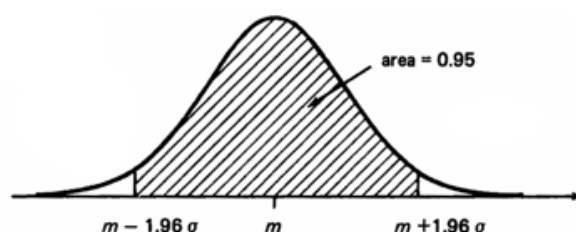
Figur 18: Ett exempel på en enkel linjär regression.

### 4.1.1 Normalfördelningen

Normalfördelningen är en kontinuerlig fördelning med goda matematiska egenskaper. Detta gör den till en ofta använd fördelning men innebär inte, att en variabel, som har en annan fördelning, på något vis skulle vara "onormal". Ibland kallas den för Gaussfördelning eller felfördelning. Täthetsfunktionen skrivs som

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-m)^2/2\sigma^2} \quad (-\infty < x < \infty)$$

där  $\sigma$  är standardavvikelsen och  $m$  är väntevärdet. Om den stokastiska variabeln  $X$  är normalfördelad, brukar det skrivas som  $X \in N(m, \sigma)$ . Sannolikheten för att variabeln  $X$  skall vara mellan vissa värden är detsamma som arean under grafen mellan dessa värden i täthetsfunktionen (se figur 19). Hela arean under grafen ger alltså värdet 1.



Figur 19: Normalfördelningens täthetsfunktion. (Blom, 1989, sid. 139)

Den primitiva funktionen till täthetsfunktionen kallas för fördelningsfunktion och skrivs som (Blom, 1989):

$$F_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-(i-m)^2/2\sigma^2}$$

#### Centrala gränsvärdessatsen

Det går att visa, att en summa av oberoende likafördelade stokastiska variabler med godtycklig fördelning är ungefär normalfördelad, om tillräckligt många mätvärden föreligger. Detta brukar kallas för Centrala gränsvärdessatsen och är en av anledningarna till att normalfördelningen är så användbar i så många olika situationer. Ju fler värden som mätts, desto tydligare visar sig normalfördelningen hos felen. (Blom, 1989; Fan, 2001)

### 4.1.2 Minsta kvadratmetoden

Minsta kvadratmetoden, ofta förkortad MK-metoden, är precis som namnet antyder en skattning som minimerar kvadratavvikelser. Om  $(x_1, \dots, x_n)$  är ett slumpmässigt stickprov från en fördelning med vätevärdet  $E(X) = m(\theta)$ , så anger

$$Q(\theta) = \sum_{i=1}^n [x_i - m(\theta)]^2$$

summan av kvadraterna på observationernas avvikelser från  $m(\theta)$ . Det värde för  $\theta^*$ , för vilket  $Q(\theta)$  antar minsta möjliga värde, det vill säga, när avvikelserna är så små som möjligt, är MK-skattningen



av  $\theta$ . Om vissa stickprov har större varians än andra, är det önskvärt, att dessa får minde inflytande än de med mindre varians. Detta görs genom att värdena viktas. De värden, som skall ha större inflytande, tilldelas en större vikt. Minsta kvadratsumman räknas då ut som

$$Q(\theta) = \sum_{i=1}^n \lambda_i [x_i - m(\theta)]^2$$

där vikterna betecknas  $\lambda_i$ . Om vikterna är lika, sätts de till 1 och ger då den ursprungliga formeln ovan. MK-skattningen ger upphov till relativt enkla formelsamband för att räkna ut de okända storheterna (till exempel regressionsparametrar). (Blom, 1989)

### 4.1.3 Konfidensintervall

Ett konfidensintervall är ett intervall som med en viss sannolikhet täcker den okända parameter, som påverkar en slumpmässig stickprovsfördelning. Om ett intervall  $I_\theta$  täcker över den okända parametern  $\theta$  med sannolikheten  $1 - \alpha$ , kallas  $I_\theta$  konfidensintervall för  $\theta$  med konfidensgrad  $1 - \alpha$ . Vanligen väljs konfidensgraden till 0.95, 0.99 eller 0.999. Detta innebär alltså en 5 %, 1 % respektive 0,1 % risk att konfidensintervallet inte täcker  $\theta$ . (Blom, 1989)

### 4.1.4 Intervallskattningar

Vid punktskattningar inom regressionsanalysen skattas  $\alpha^*$  och  $\beta^*$  (se avsnitt 4.1). Intervallskattningar innebär, att ett konfidensintervall för  $\alpha^*$  och  $\beta^*$  skattas. Om standardavvikelsen är känd, beräknas dessa konfidensintervall som

$$\begin{aligned} I_\alpha &= (\alpha^* - \lambda_{p/2}, \alpha^* + \lambda_{p/2}D) & (D = \sigma/\sqrt{n}) \\ I_\beta &= (\beta^* - \lambda_{p/2}, \beta^* + \lambda_{p/2}D) & (D = \sigma/\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})}) \end{aligned}$$

där  $\lambda_{p/2}$  är kvantilen i normalfördelningen,  $n$  är antalet stickprov,  $\bar{x}$  är stickprovsmedelvärdet och  $\sigma$  standardavvikelsen. Konfidensgraden för intervallet benämns  $1 - p$ . (Blom, 1989)

## 4.2 Hypotesprövning

En hypotesprövning innebär, att undersökningsresultaten testas mot en i förväg uppställd hypotes, det vill säga den förmodade utgången. I hypotesen ställs vissa krav på resultaten. Om ett värde uppfyller dessa krav, godkänns det. I annat fall förkastas värdet. För att hypotesen skall anses vara sann, får endast en viss andel av resultaten förkastas. Denna förkastningsgräns kallas för signifikansnivå och brukar vara antingen 0.05, 0.01 eller 0.001. En signifikansnivå på 0.05 skulle alltså innebära att maximalt 5 % av mätningarna får förkastas, om hypotesen skall anses vara riktig. I praktiken används ofta de olika signifikansnivåerna samtidigt. Nivån 0.05 brukar betecknas signifikant\*, 0.01 signifikant\*\* och 0.001 signifikant\*\*\*. Ett signifikantstest är användbart, om stickprovsunderlaget är stort. (Blom, 1989)

I nollhypotesen,  $H_0$ , anges hur fördelningen ser ut. Om  $H_0$  innebär, att endast ett värde för  $\theta$  testas, kallas hypotesen för enkel. En sammansatt hypotes testar således två eller flera värden för  $\theta$ . Den värdemängd, som anger vilka värden teststorheten kan anta, brukar benämnas det kritiska

området. Om det kritiska området endast består av ett intervall, till exempel  $t \leq a$ , kallas signifikanstestet för ensidigt, annars tvåsidigt, till exempel  $a \leq t \leq b$ . En förutsättning för att kunna välja ett kritiskt område innebär, förutom att definiera  $H_0$ , att specificera en alternativ hypotes (eller mothypotes), benämnd  $H_1$ . Den alternativa hypotesen behöver inte nödvändigtvis vara sann, om nollhypotesen är falsk, men så är oftast fallet, om hypotesen är väldefinierad. Hypotesens styrkefunktion kan skrivas som

$$h(\theta) = P(H_0 \text{ förkastas}).$$

Om  $\theta$  är det rätta parametervärdet, säger formeln ovan, att testets styrka är lika med sannolikheten för att nollhypotesen förkastas. För ett väl utformat test är alltså  $h(\theta)$  stor för alla  $\theta \in H_1$ . (Blom, 1989)

### 4.3 F-test

F-test undersöker om två av varandra oberoende, normalfördelade mätserier ( $X \in N(m_1, \sigma_1)$  och  $Y \in N(m_2, \sigma_2)$ ) har samma varians. Nollhypotesen blir då

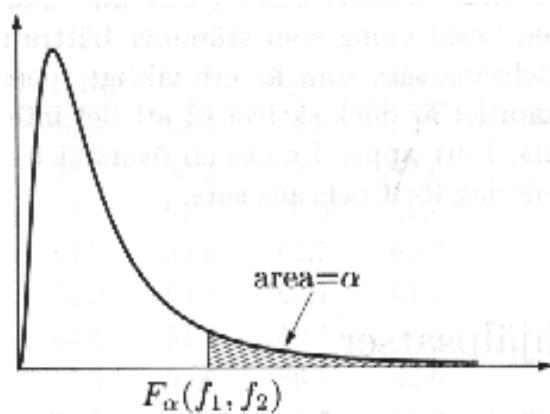
$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

och mothypotesen

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2.$$

Med hjälp av F-fördelningen kan hypotesen antas eller förkastas. (Fan, 2001)

*F-fördelning*



Figur 20: F-fördelningens täthetsfunktion. (Blom, 1998, sid. 176)

En stokastisk variabel  $X$  anses vara F-fördelad med frihetsgraderna  $f_1$  och  $f_2$ , om

$$g_X(x) = \begin{cases} kx^{(f_1/2)-1} \left(1 + \frac{f_1}{f_2}x\right)^{(f_1+f_2)/2} & \text{om } x \geq 0 \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

Storheterna  $f_1$  och  $f_2$  är vanliga positiva heltal. Kvantilerna betecknas som  $F_\alpha(f_1, f_2)$  (se figur 20) och återfinns i en tabell som är omfattande och osymmetrisk eftersom två oberoende parametrar (frihetsgraderna) styr kvantilvärdena. (Blom, 1998)

Genom att jämföra kvoten mellan de två varianserna med F-fördelningens kvantilvärden enligt formeln

$$\frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2} < F_{\frac{1}{2}\alpha}(n-1, m-1) \quad \hat{\sigma}_1^2 \geq \hat{\sigma}_2^2$$

kan slutsatser dras.  $m$  och  $n$  anger här antalet mätningar i respektive mätserie. Om kvoten är mindre än kvantilvärdet antas hypotesen, annars förkastas den. (Fan, 2001)



## 5 Fältstudie

En viktig del av detta examensarbete är fältstudien, i vilken all mätdata samlats in.

Vilka punkter som valts för mätning i studien förklaras i avsnitt 5.2. Begränsningarna för fältstudien förklaras i avsnitt 5.3. I avsnitt 5.4 beskrivs hur mätningarna genomförts. Avsnitt 5.5 tar upp de största felkällorna, som orsakats av mänsklig påverkan i just denna studie och ungefär hur stora fel dessa uppskattas förorsaka och 5.6 ger en beskrivning av de mätinstrument som använts i fältstudien. Allra sist ges en reflexion över fältstudien i avsnitt 5.7.

### 5.1 Inledning

Det finns många studier och mätningar utförda inom GPS-tekniken. Ett mindre antal studier har emellertid gjorts i Sverige vad gäller jämförelsen mellan traditionell RTK och nätverks-RTK. Dessa studiers resultat ligger delvis till grund för hypoteserna i examensarbetet.

I denna studie mäts en och samma punkt med både traditionell RTK och nätverks-RTK under liknande förhållanden för att få jämförbara resultat. Med traditionell RTK avses i huvudsak i denna studie en mätning där avståndet mellan bas och rover inte överstiger 2,5 kilometer. Mätningarnas omfattning begränsades i fråga om geografiskt område, tidsperiod och utrustning. För att få ett statistiskt underlag har sammanlagt 22 polygonpunkter valts ut och mätts (526 mätningar). Mätdata sammanställdes och analyserades (se kapitel 6).

### 5.2 Val av punkter

En förutsättning för att välja en bra punkt är, att dess koordinater redan är kända och väl inmätta med GPS så att det finns något att jämföra de inmätta koordinaterna med. Genom att indela intressanta mätområden i punktgrupper, med 3–4 punkter i varje, fås flera mätvärden med ungefär lika avstånd till de fasta referensstationerna. På så vis erhålls flera mätvärden på samma avstånd från den fasta referensstationen vilket ger ett större underlag för statistisk analys.

Flera kommuner i nordvästra Skåne har varit aktiva i skapandet av Skan 95-punkter (se avsnitt 2.5.2). Detta gör nordvästra Skåne till ett bra område för mätningarna i denna studie. Ett geografiskt område med många GPS-inmätta punkter var ett krav om avståndet mellan bas och rover inte skulle bli för stort (se avsnitt 3.2.1).

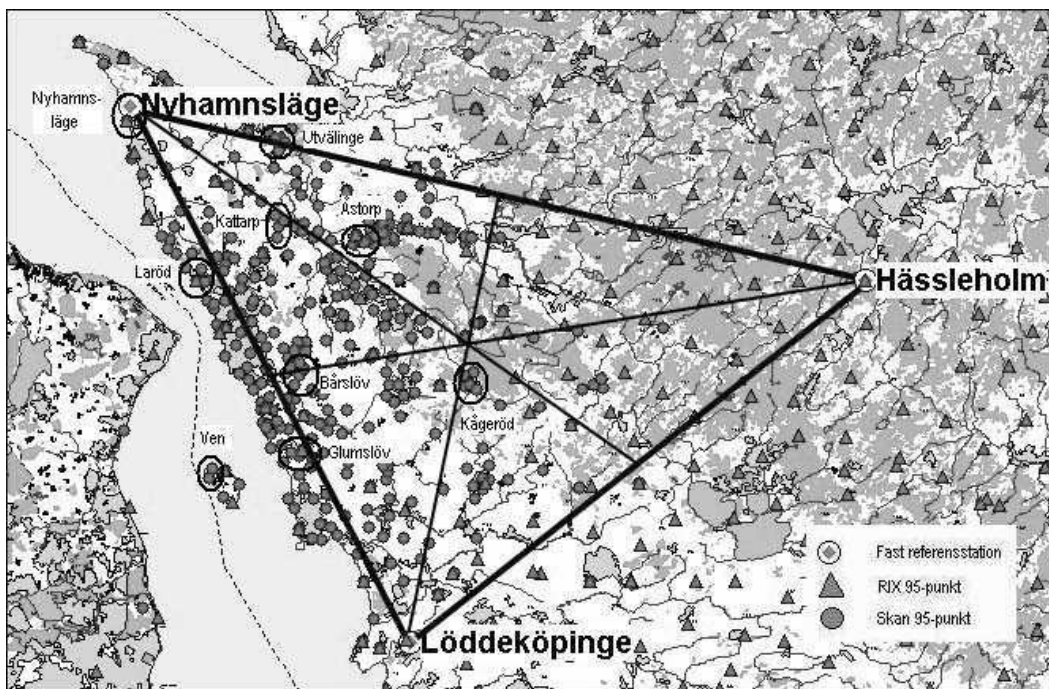
Basen placerades över en så central punkt som möjligt i varje punktgrupp (se figur 21) så att avståndet mellan bas och rover aldrig översteg 2,5 kilometer. En förutsättning för att en punkt skulle kunna användas som baspunkt var, att mätutrustningen kunde stå kvar en längre stund utan störningar från till exempel trafik och utan risk för sabotage eller stöld. Basen var därför inte alltid placerad på den ur mättningsresultatsperspektiv bästa punkten.

De tre närmsta referensstationerna i nätverket, Nyhamnsläge, Hässleholm och Löddeköpinge, bildar en triangel inom vilken mätområdet ligger (se figur 22). För att studera, hur mätresultaten förändras med avståndet till närmsta fasta referensstation har punktgrupperna valts på ett sådant sätt,



Figur 21: Punktgruppen Kågeröd. Basen placerades över punkt 3331. (Helsingborg, 2003)

att den första ligger precis vid Nyhamnsläge och den sista vid Kågeröd, i centrum av triangeln. För att även se om mätresultaten skiljer sig åt utanför respektive innanför triangeln valdes några punktgrupper som låg helt eller delvis utanför triangeln.



Figur 22: Triangeln Nyhamnsläge–Hässleholm–Löddeköpinge med bisektorlinjer och de valda punktgruppernas (inringade) geografiska placering. (Helsingborg, 2003)

### 5.3 Begränsningar

På grund av att examensarbetet endast omfattar 20 veckors heltidsarbete, var begränsningar en nödvändighet.

Det valda geografiska området begränsades av att mätningarna utfördes i en bestämd del av Skåne, det vill säga inom triangeln Nyhamnsläge–Hässleholm–Löddeköpinge och därmed också bara inom SKAN–RTK-nätet. Skånes nätverk är som helhet uppbyggt av nio förenklade SWEPOS-stationer och en fullständig.

Eftersom examensarbetet är tidsbegränsat gjordes mätningarna bara under dagtid och under sommarhalvåret.

Endast ett fabrikat, Trimble®, på mätutrustning användes. Att endast ett fabrikat använts i mätningarna, innebär inte nödvändigtvis, att resultaten är bristfälliga. När endast ett fåtal mätningar hanns med, blev det därför enklare att dra slutsatser med vetskapen om, att alla mätningar är behäftade med samma eventuella systematiska fel.

Ingen hänsyn har tagits till eventuella sol- och atmosfärsstörningar som kan påverka mätresultaten.

### 5.4 Mätmetoder

Varje mätpunkt mättes på två sätt: med traditionell RTK och med nätverks-RTK. Ibland användes traditionell RTK med Nyhamnsläges SWEPOS-station som bas för att få exempel på hur noggrannheten försämras vid avstånd större än 2,5 kilometer mellan bas och rover. För varje punkt antecknades väderförhållandet, tid och datum och antennhöjd (se bilaga A). Antalet tillgängliga satelliter, PDOP-värde (se avsnitt 2.4.2) och tid till fixlösning (initialiseringstid) antecknades för varje individuell mätning. Initialiseringen gjordes med "on the fly"-tekniken (se avsnitt 3.2). Tio mätningar gjordes för varje mätsätt på varje punkt. Var och en av dessa tio grundade sig på fem sekunders mätning med ominitialisering emellan. Eftersom felen är korrelerade i tid, genomfördes mätningarna vid en punkt, så att varannan (ibland var tredje i fallet med Nyhamnsläges SWEPOS-station som bas) individuell mätning utfördes med samma mätmetod (se bilaga A).

Om noggrannheten försämras under tiden mätningen pågår, lagras inget mätvärde de sekunder under vilka noggrannheten är sämre än den tillåtna. Detta medför, att en mätning kan se ut att pågå mer än fem sekunder, men av dessa lagras endast de fem sekunder som har godkänd noggrannhet. Dessa fem sekunder behöver alltså inte nödvändigtvis vara i följd. Var gränsen går för att noggrannheten skall vara godkänd, bestämmer användaren själv. I studien var noggrannhetsgränsen inställd på fem centimeter. Detta innebär, att de mätvärden som mottagarens programvara uppskattar vara behäftade med mer än fem centimeter fel aldrig lagras.

Alltför låga elevationsvinklar (satellitens höjd över horisonten) och/eller alltför höga PDOP-värden (se avsnitt 2.4.3) kan medföra dåliga mätvärden. Därför ställer användaren in en minimigräns för hur lågt satelliter, som skall få vara med i beräkningarna, får ligga och en maximigräns för PDOP-värden. I denna studie valdes en minimelevationsvinkel på tretton grader och en PDOP-gräns på 6,0.

För att visa att slutsatserna inte är beroende av en viss satellitkonfiguration skulle mätningarna i bästa fall utföras på samma plats vid olika tillfällen. En viss variation av satellitkonfigurationen förekommer trots det, eftersom mätningarna utfördes under en hel arbetsdag.

Vid normal produktionsmätning placeras roverantennen på en mätstav, så att utrustningen lätt kan flyttas omkring. Eftersom det är svårt att hålla en mätstav stilla, placerades antennen nu i stället på ett stativ. Detta för att erhålla ett så noggrant och enhetligt mätresultat som möjligt.

#### 5.4.1 Traditionell RTK

Denna mätmetod var den enda som krävde en egen bas. För att undvika problemet med eventuell radioskugga gjordes mätningarna ibland med GSM-länk i stället för radio (se avsnitt 3.2.1). Både basens och rovers antenner placerades på stativ. Avståndet mellan bas och rover överskred aldrig 2,5 kilometer. Detta för att en så pass hög noggrannhet skulle erhållas (se avsnitt 3.2.1), att mätresultaten blir jämförbara med de från nätverket genererade mätresultaten.

Eftersom båda mottagarna var av märket Trimble, kunde korrektionerna sändas från basen till rovern i överföringsformatet CMR+ (se avsnitt 3.2).

#### 5.4.2 Traditionell RTK med Nyhamnsläges SWEPOS-station som bas

För att undersöka hur avståndet mellan rover och bas påverkade mätresultaten, användes Nyhamnsläges SWEPOS-station som bas. På detta sätt behövdes ingen bas sättas upp långt ifrån mätpunkten. För att kunna mäta mot bara en referensstation användes ett telefonnummer till SWEPOS i Gävle. Detta nummer var kopplat till ett standardmodem, anslutet till en dator. För att kunna skicka korrektioner från endast en station hade en modul, kallad "RTCM single station", lagts till den ordinarie programvaran (Nilsson, 2003). Ett enkelstationsnummer som detta ingår normalt sett inte i SWEPOS tjänsteutbud utan kan aktiveras efter förfrågan.

#### 5.4.3 Nätverks-RTK

Precis som mätningarna mot bara Nyhamnsläges SWEPOS-station (se avsnitt 5.4.2) ringdes ett telefonnummer i Gävle upp. Via GSM-förbindelsen sändes korrektioner för den VRS (Virtual Reference Station, se avsnitt 3.2.2) som skapades i närheten av mottagaren. Överföringsformatet är RTCM (se avsnitt 3.2).

### 5.5 Möjliga felkällor

Antennhöjden mättes med tumstock från röret/dubben upp till den utvändigt placerade markeringen för antennens fascentrum. I programvaran kompenseras avståndet från kanten till antennens verkliga centrum. Om avståndet inte avläses korrekt, blir inte heller den riktiga höjden rätt uppmätt. Eftersom antennen placeras så högt upp som möjligt (men maximalt 2,0 m) för att undvika



störningar av satellitsignalen, görs avläsningen lite underifrån. Dessutom kan det vara svårt att hålla tumstocken rak. Det har också betydelse, varifrån på röret/dubben tumstocken placeras. Felen kan i värsta fall uppgå till flera millimeter i höjd.

Det finns alltid en risk att de trefötter, som används, inte är nykalibrerade. Detta innebär, att det som ser ut att vara centrerat över mätpunkten i själva verket inte är det. Felen skulle i så fall uppgå till någon millimeter i plan.

Beroende på underlaget kan stativen komma ur lod. Basen och rovern står stilla flera timmar, respektive drygt en timme, och kan därför på mjukt underlag sjunka ner något på ett eller flera ben. Lodningen är på mjukt underlag känslig för när någon rör sig i närheten och tynger ner underlaget. På hårda underlag blir dessa fel obetydligt små, medan de på mjuka underlag uppskattas kunna bli upp mot någon millimeter i plan och höjd.

## 5.6 Beskrivning av mätinstrument

I fältstudien användes tre av Trimbles mätinstrument för GPS. Kombinationerna som användes var Trimble 4800 bas och Trimble 5700 som rover med radiokontakt, Trimble 4800 bas och Trimble 5800 som rover med radiokontakt samt Trimble 5700 som bas och Trimble 5800 som rover med GSM-kontakt.

Kommunikationen med mätinstrumenten gjordes via en och samma ACU<sup>TM</sup> (Attachable Control Unit). En ACU är en handdator, från vilken mätningen styrs (se figur 23). I ACU:n fanns så kallade mätprofiler inlagda. I dessa mätprofiler fanns alla viktiga inställningar, som till exempel telefonnummer till nätverket och överföringsformat. All mätdata lagrades i ACU:n och kunde via kabel överföras till PC för vidare behandling.



Figur 23: Trimbles ACU. (Trimble, 2003)

### 5.6.1 Trimble 4800 bas

Detta mätinstrument kan endast användas som bas. Mottagaren har en inbyggd antenn. Radion (TRIMTALK<sup>TM</sup>) är separat och placeras på ett bredvidstående stativ (se figur 24). Modellen är

den äldsta som använts i denna fältstudie och sänder endast korrektioner via radio.



Figur 24: Trimble 4800 med TRIMTALK<sup>TM</sup>-radio.

### 5.6.2 Trimble 5700

Modellen kan användas både som bas och rover. Radiomodemet är inbyggt, men den har ett separat GSM-modem (se figur 25). Även antennen är separat.



Figur 25: Trimble 5700.

### 5.6.3 Trimble 5800

Modellen kan, med rätt version av programvara, användas som både bas och rover (annars bara rover). Antennen och radion är inbyggd i mottagaren, men GSM-modemet är separat (se figur 26). Kommunikationen med ACU:n kan ske via Bluetooth<sup>TM</sup>.



Figur 26: Trimble 5800.

## 5.7 Reflexioner

Att lära sig utrustningen gick ganska snabbt och enkelt. Programvaran i ACU:n är Windowsbaserat, så skärmen och menyerna kändes bekanta och logiska. Skärmen var en så kallad "touch screen". Nackdelen med en beröringskänslig skärm var, att eventuella regndroppar inte kunde torkas av utan att få konsekvenser i form av feltryckningar. Det går emellertid att stänga av beröringsfunktionen och endast använda tangentbordet. Om endast tangentbordet skall användas, krävs en något längre tid att lära sig ACU:n. Det var irriterande att det ofta dök upp oförståeliga felmeddelanden på skärmen. Exempel på detta var "Ny basstation detekterad" under pågående mätning med nätverks-RTK, med följden att mätningen avslutades.

Under några veckor lånades en Trimble 5800 med tillhörande ACU från Geograf (återförsäljare av Trimble). Detta var bra, eftersom mätpersonalen på Helsingborgs stad då inte stördes i sitt arbete. Från början fungerade inte kombinationen Trimble 5700 som bas och Trimble 5800 som rover med GSM-kommunikation dem emellan. Det tog många försök och åtskilliga kontakter med Geografs support, innan det fastslogs att GPS 5700:s modem endast kunde ringa upp — inte bli uppringt! Detta fick följden, att ett modem lånades från Trimble. Detta modem var otympligt och krävde att ett externt batteri var anslutet till mottagaren.

Trimble 5800 användes vid rekognoseringen av punktgrupperna. Innan mätningarna i en punktgrupp genomfördes, gjordes nämligen en utsättning av varje polygonpunkt med hjälp av nätverks-RTK. På så vis kunde rätt polygonpunkt hittas och de lämpligaste väljas. Det kunde därmed visa sig att en polygonpunkt, som såg lämplig ut på en kartbild, hade dålig placering eller var försvunnen. Om flertalet polygonpunkter i en punktgrupp ansågs olämpliga, ströks hela gruppen. I Åstorp och Kågeröd var punkterna speciellt välbevarade.

Vissa punkter var så dåligt bevarade att det ibland var svårt att bestämma rätt antennhöjd. Detta berodde på, att vissa polygonpunktsdefinierande rör hade ojämna kanter. På vissa punkter saknades eller passade inte däckslarna.

Trots risken det innebär att lämna basen obebakad, gjordes oftast detta. Några problem med stöld eller sabotage uppstod aldrig. Detta kan bero på, att punktvalen för basplaceringen valdes med tanken, att basen skulle stå så ostört som möjligt.

Förvarningar gavs om, att datasamtal var så lågprioriterade att risk fanns, att samtalet skulle brytas till förmån för talsamtal. Detta hände aldrig under denna fältstudie. Däremot gav Vens närhet till Danmark problem vad gällde danskt eller svenskt mobiltelefonnät. För säkerhets skull lades landsnumret till Sverige in i mätprofilerna.

SWEPOS SMS-tjänst var mycket bra. Eventuella driftstörningar skickades ut snabbt, och det gavs även information om när driften troligen skulle komma igång igen. Ytterligare ett meddelande skickades ut, när driften väl kommit igång.

## 6 Sammanställning och analys av fältstudien

I avsnitt 6.1 beskrivs vilka mjukvaror som i olika sammanhang använts i studien. Hypoteserna ställs upp i avsnitt 6.2: intervallskattningens hypoteser och F-testets hypoteser. Resultaten av fältstudien sammanställs i avsnitt 6.3 med tester av normalfördelningen, hypotesprövning, generell noggrannhet, initialiseringstider och PDOP.

### 6.1 Använd mjukvara

Programvaran i ACU:n (se avsnitt 5.6) hette Trimble Survey Controller™. I denna lagrades i förväg koordinater för de punkter som användes som baser. Under mätningen lagrades bland annat inmätta koordinater och antennhöjd under punktnamn. Mätdata organiserades i så kallade filer som exporterades via kabel till PC-programmet Trimble Geomatics Office™ (TGO). Från TGO exporterades de inmätta koordinaterna som en punktlista till en textfil. Textfilen importerades därefter till Microsoft® Excel för statistisk analys.

### 6.2 Hypoteser

För att kunna jämföra avståndsberoendet i traditionell RTK med det i nätverks-RTK ställs det upp två separata hypoteser om mätteknikernas avståndsberoenden. Resultaten kan därefter jämföras för att se om det finns några skillnader. Eftersom enbart slumpmässiga fel förväntas påverka mätningarna och över 200 mätningar per metod utförts antas felen vara normalfördelade (se avsnitt 4.1.1). Vidare antas det inte finnas några systematiska fel i mätningarna och de kända koordinaterna antas vara felfria. Detta ger väntevärdet av mätfelen lika med noll. Dessa antagandena testas i avsnitt 6.3.1. För att se om varianserna för de två teknikerna skiljer sig från varandra har ytterligare två hypoteser ställts upp.

#### 6.2.1 Intervallskattning

##### *Nätverks-RTK*

Mätningarna med nätverks-RTK antas vara beroende av avståndet mellan närmaste fasta referensstation och rovern (se avsnitt 1.3); detta avstånd är här upp till 31 kilometer. Den linjära regressionslinjen för till exempel medelvärdena för absolutbeloppen av höjdmätfelen i varje punktgrupp kan då beskrivas matematiskt som

$$\text{Medelf.abs.bel.}_{NRTK-h} = \alpha' + \beta' \cdot \text{avst.} + e.$$

där  $\text{Medelf.abs.bel.}_{NRTK-h}$  är felets spridning i förhållande till det kända koordinatvärdet (standardavvikelsen),  $\alpha'$  och  $\beta'$  är konstanter (jämför räta linjens ekvation) och  $e$  är varje punkts avvikelse från regressionslinjen.  $\beta'$  skattas med ett 95 % konfidensintervall.

Hypotesen i fallet med nätverks-RTK lyder

$$H_0' : \beta' \neq 0.$$

Lutningen förväntas vara skild från noll vilket indikerar ett avståndsberoende i förhållande till den närmsta fasta referensstationen. Mothypotesen är då att

$$H_1' : \beta' = 0.$$

Ytterligare en regressionslinje skapas för nätverks-RTK,  $Medelf.abs.bel.NRTK-p$  (plan).

#### *Traditionell RTK*

Antagandet är att traditionella RTK-mätningar är avståndsberoende om avståndet mellan basen och rovern överstiger 2,5 kilometer. Den linjära regressionslinjen för till exempel medelvärdena för absolutbeloppen av höjdmätfelen i varje punktgrupp, kan beskrivas matematiskt som

$$Medelf.abs.bel.RTK-h = \alpha + \beta \cdot avst. + e,$$

där  $Medelf.abs.bel.RTK-h$  är felets spridning i förhållande till det kända koordinatvärdet (standardavvikelsen),  $\alpha$  och  $\beta$  är konstanter (jämför räta linjens ekvation) och  $e$  är varje punkts avvikelse från regressionslinjen.  $\beta$  skattas med ett 95 % konfidensintervall.

Hypotesen som ställs lyder

$$H_0 : \beta \neq 0$$

och därmed är mothypotesen

$$H_1 : \beta = 0.$$

Kvantilerna som används för att beräkna konfidensintervallen för lutningen är normalfördelningens. Lutningen förväntas vara skild från noll, vilket innebär att mätningarna är avståndsberoende i förhållande till basen.

Ytterligare en regressionslinje skapas för traditionell RTK,  $Medelf.abs.bel.RTK-p$  (plan).

### 6.2.2 F-test

#### *Avståndsberoende varianser*

Under antagandet att traditionell RTK med långa avstånd mellan bas och rover (>2,5 km) har en noggrannhet med större avståndsberoende än nätverks-RTK vid motsvarande avstånd till närmsta fasta referensstation, kan slutsatsen dras att även variansen ökar med avståndet. Vid kortare avstånd (<2,5 km) mellan rover och bas/närmsta fasta referensstation förväntas variansen vara mindre för traditionell RTK än för nätverks-RTK. Hypotesen för korta avstånd är då:

$$H_0 : \sigma_{RTK-k}^2 \neq \sigma_{NRTK-k}^2.$$

Mothypotesen blir då:

$$H_1 : \sigma_{RTK-k}^2 = \sigma_{NRTK-k}^2.$$

Om denna mothypotes är sann, kan inget avståndsberoende antas.

Vid långa avstånd (>2,5 km) mellan rover och bas/närmaste fasta referensstation förväntas variansen vara större för traditionell RTK än för nätverks-RTK. Hypotesen för långa avstånd är snarlik den för korta avstånd:

$$H_0 : \sigma_{RTK-l}^2 \neq \sigma_{NRTK-l}^2.$$

Mothypotesen blir då:

$$H_1 : \sigma_{RTK-l}^2 = \sigma_{NRTK-l}^2.$$

*Konstant nätverksvarians*

Om variansen för nätverks-RTK antas vara konstant för hela nätområdet och att endast variansen för traditionell RTK är avståndsberoende kan följande hypoteser ställas upp:

$$H_0 : \sigma_{RTK}^2 \neq \sigma_{NRTK}^2$$

är nollhypotesen och mothypotesen är

$$H_1 : \sigma_{RTK}^2 = \sigma_{NRTK}^2.$$

Det intressanta med denna nollhypotes jämfört med den förra är att det förhoppningsvis går att urskilja på vilket avstånd mothypotesen kan antas.

## 6.3 Resultat

Eftersom de mätta höjdvärdena förväntades vara sämre än planvärdena, är det viktigt att i analysen skilja på plan och höjd. Det genereras alltså två resultat från varje punktgrupp: ett medelvärde för absolutbeloppen av mätfelen i plan och ett för höjd. Planfelet fås som längden av vektorn i plan:

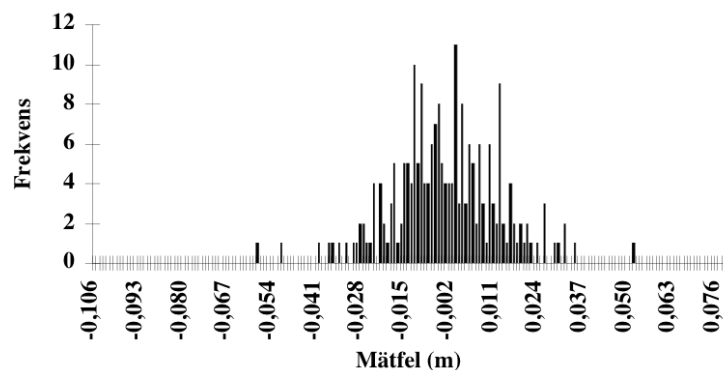
$$\text{Mätfel i plan} = \sqrt{(x_k - x_m)^2 + (y_k - y_m)^2}$$

där  $k$  står för känd och  $m$  för mätt koordinat.

### 6.3.1 Normalfördelning

En förutsättning för att kunna analysera mätdata är att de är normalfördelade. Av mätvärdena skapades frekvenstabeller vars värden sedan lades in i ett histogram (se figur 27). Detta gjordes för  $x$ ,  $y$  och höjd var för sig.

Alla frekvenshistogram visade på en normalfördelning med ett medelvärde nära noll (se bilaga D). I alla beräkningar av standardavvikelse har därför en normalfördelning med väntevärdet noll förutsatts. Medelfelet för varje uppställning över en polygonpunkt översteg aldrig tre centimeter (se



Figur 27: Ett exempel på ett frekvenshistogram med mätvärden från denna studie (traditionell RTK, höjd).

bilaga B). Eftersom summan av två oberoende normalfördelade variabler också är normalfördelade (Blom, 1989), kommer mätresultaten att presenteras i plan (x-led och y-led sammantaget) och höjd.

### 6.3.2 Hypotesprövning

#### *Nätverks-RTK*

I ett 95 % konfidensintervall visar mätningarna att den skattade lutningen,  $\beta'$ , ligger i intervallet

$$\text{Plan: } I_{\beta'} = [-1,97 \cdot 10^{-7}, 5,97 \cdot 10^{-7}]$$

$$\text{Höjd: } I_{\beta'} = [-2,96 \cdot 10^{-7}, 8,89 \cdot 10^{-7}].$$

(Se bilaga E.)

Hypotesen förkastas eftersom lutningen *kan* vara noll. Inget avståndsberoende kan påvisas, varken i plan eller i höjd.

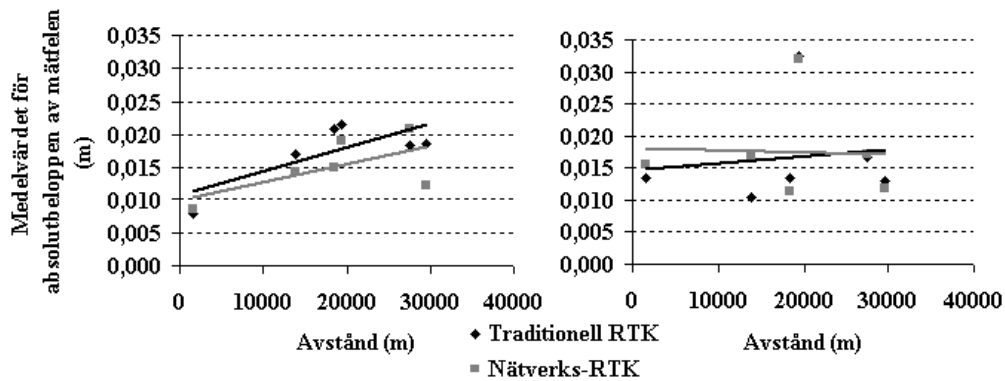
#### *Traditionell RTK*

##### *—jämfört med nätverks-RTK*

Ibland mättes en punkt med traditionell RTK med Nyhamnsläges SWEPOS-station som bas. Detta gjordes för bevisa hypotesen om att noggrannheten för den traditionella tekniken försämras med ökande avstånd mellan bas och rover. Avståndet mellan bas och rover överstiger alltså i denna analys 2,5 kilometer.

Traditionell RTK tycks vara mer avståndsberoende än nätverks-RTK enligt figur 28. Detta märks särskilt tydligt för höjdvärdena, där den punktskattade linjens för nätverks-RTK ger en negativ lutningskoefficient. Lutningen för nätverks-RTK-linjen skiljer sig i denna analys från den i avsnitt 6.3.3. Detta beror på att färre värden ligger till grund för varje medelvärde. Endast de punkter som mätts in både med nätverks-RTK och med traditionell RTK med Nyhamnsläges SWEPOS-station som bas ligger till grund i denna analys. I avsnitt 6.3.3 ligger samtliga punkter som mätts med nätverks-RTK till grund för analysen. På samma sätt skiljer sig intervallskattningen i denna





Figur 28: Punktskattade regressionslinjer över medelvärdena av absolutbeloppsfelen. Den vänstra bilden visar felen i plan (trad. RTK:  $y = 4 \cdot 10^{-7}x + 0,011$ , nätv.-RTK:  $y = 3 \cdot 10^{-7}x + 0,099$ ) och den högra bilden höjdfelen (trad. RTK:  $y = 1 \cdot 10^{-7}x + 0,015$ , nätv.-RTK:  $y = -3 \cdot 10^{-8}x + 0,018$ ).

analys från intervallskattningen för nätverks-RTK i avsnitt 6.3.2 (ovan). Då alltför få mätningar utförts med långa avstånd mellan bas och rover, är det vanskligt att dra några ytterligare slutsatser.

Traditionell RTK, plan:  $I_{\beta} = [-2,69 \cdot 10^{-7}, 1,00 \cdot 10^{-6}]$

Nätverks-RTK, plan:  $I_{\beta'} = [-2,72 \cdot 10^{-7}, 8,26 \cdot 10^{-7}]$

Traditionell RTK, höjd:  $I_{\beta} = [-5,33 \cdot 10^{-7}, 7,48 \cdot 10^{-7}]$

Nätverks-RTK, höjd:  $I_{\beta'} = [-6,96 \cdot 10^{-7}, 6,30 \cdot 10^{-7}]$

Intervallskattningen i såväl plan som höjd tyder på felen inte blir större med ökat avstånd mellan rover och bas/närmsta fasta referensstation. Detta gäller båda teknikerna. Enligt punktskattningarna i figur 28 är linjernas lutningskoefficienter mycket nära noll, och en intervallskattning visar att lutningen *kan* vara noll.

(Se även bilaga E.)

Hypotesen om att traditionell RTK är avståndsberoende när avståndet överstiger 2,5 kilometer förkastas i denna studie.

#### *F*-test

Ett bra sätt att kunna säga om det föreligger skillnader mellan de båda teknikerna är att göra ett *F*-test, eftersom detta tar hänsyn till hur många mätningar som gjorts med respektive teknik. *F*-testet visar om det finns signifikanta skillnader i mätteknikernas varianser. För att få ett bra underlag har mätresultaten delats in i avståndsintervall. Det första intervallet innefattar de mätningar som gjordes med traditionell RTK där avståndet mellan bas och rover aldrig översteg 2,5 kilometer. De andra två intervallen innefattar mätningarna med större avstånd mellan bas och rover.

Båda teknikerna förväntas vara avståndsberoende. Avstånden delades in i tre stycken intervall med olika bredd (se tabell 1).

Tabell 1: Varianstabell med olika avståndsintervall. Varianserna har enheten  $m^2$ .

Avstånd till närmsta bas/referensstation	Traditionell RTK (plan), $\hat{\sigma}^2$	Nätverks-RTK (plan), $\hat{\sigma}^2$	Traditionell RTK (höjd), $\hat{\sigma}^2$	Nätverks-RTK (höjd), $\hat{\sigma}^2$
0,2–2,5 km	0,000275	0,000088	0,000285	0,000334
2,5–20 km	0,000534	0,000361	0,000749	0,000579
20-31 km	0,000399	0,000259	0,000762	0,000809

Varianserna är större för den traditionella tekniken när avståndet mellan bas och rover överstiger 2,5 kilometer. Detta gäller både i plan och höjd, med undtag för de längsta avstånden i höjd. För nätverks-RTK ökar variansen med avståndet till närmsta fasta referensstation i höjddled. I plan fås samma resultat som för den traditionella tekniken.

Med ett 95 % konfidensintervall utfördes F-test för varje avståndsintervall (se tabell 2).

Tabell 2: Tabell över F-test för att åskådliggöra om båda teknikerna kan anses ha olika avståndsberoende.

Avstånd till närmsta bas/referensstation	Plan: $\frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2} > F_{\frac{1}{2}\alpha}(n-1, m-1)$	Höjd: $\frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2} > F_{\frac{1}{2}\alpha}(n-1, m-1)$
0,2–2,5 km	3,12 < 3,33	1,17 < 2,11
2,5–20 km	1,48 < 1,63	1,29 < 1,63
20-31 km	1,54 < 1,64	1,06 < 1,94

F-testets hypotes om att varianserna för traditionell RTK och nätverks-RTK skiljer sig åt vid korta avstånd (<2,5 km) (se avsnitt 6.2.2) förkastas, för både plan och höjd, eftersom varianserna inte kan anses vara olika. Vid långa avstånd förkastas även motsvarande hypotes, för både plan och höjd, eftersom varianserna inte heller i detta fall kan anses vara olika. Eftersom F-test bygger på antalet mätningar som har utförts med respektive teknik (se bilaga C) spelar dessa antal en stor roll i vilket kvantilvärde kvoten jämförs med (se avsnitt 4.2.1). Få mätningar ger högre kvantilvärden vilket medför att en större kvot erfordras om hypotesen skall antas.

I fallet med konstant nätverksvarians (se avsnitt 6.2.2) räknades medelvariansen ut för nätverks-RTK och användes som en konstant i F-testet. Varianserna i den traditionella teknikens mätningar delades upp i fem stycken avståndsintervall (se tabell 3).

De tre första intervallen som speglar de kortare avstånden mellan bas och rover har mindre vari-

Tabell 3: Varianstabell över avståndsintervall med konstant nätverksvarians. Varianserna har enheten  $m^2$ .

Avstånd till närmsta bas/referensstation	Traditionell RTK (plan), $\hat{\sigma}^2$	Nätverks-RTK (plan), $\hat{\sigma}^2$	Traditionell RTK (höjd), $\hat{\sigma}^2$	Nätverks-RTK (höjd), $\hat{\sigma}^2$
0,2–1 km	0,000196	0,000291	0,000340	0,000700
1–1,5 km	0,000378	0,000291	0,000172	0,000700
1,5–2,5 km	0,000297	0,000291	0,000328	0,000700
2,5–20 km	0,000534	0,000291	0,000749	0,000700
20–31 km	0,000399	0,000291	0,000762	0,000700

anser än de två intervall som motsvarar längre avstånd. För dessa tre första intervall är dessutom variansen mindre än för nätverks-RTK i höjddled.

F-test utfördes på de olika avståndsintervallen med ett 95 % konfidensintervall (se tabell 4).

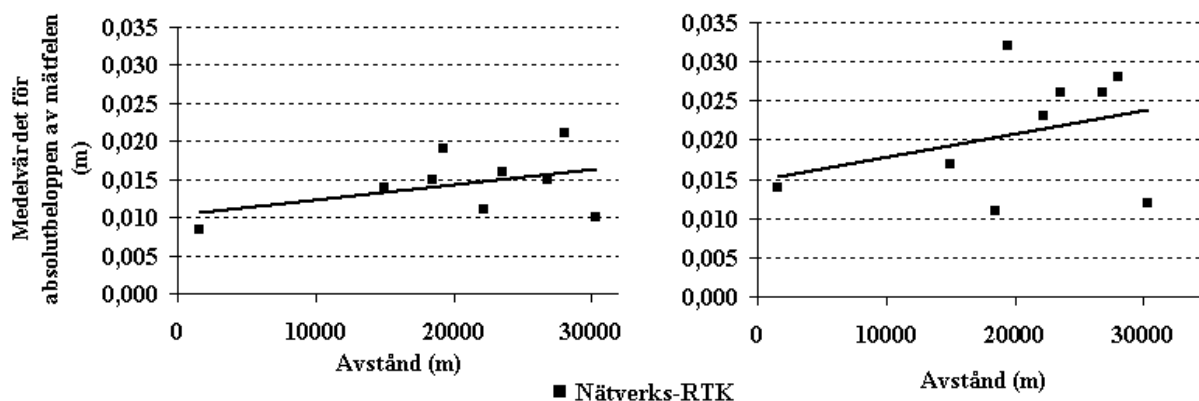
Tabell 4: Tabell över F-test för att åskådliggöra vid vilka avstånd som varianserna är lika vid ett antaget konstant variansvärde för nätverks-RTK.

Avstånd till närmsta bas/referensstation	Plan: $\frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2} > F_{\frac{1}{2}\alpha}(n-1, m-1)$	Höjd: $\frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2} > F_{\frac{1}{2}\alpha}(n-1, m-1)$
0,2–1 km	1,48 > 1,00	2,06 > 1,00
1–1,5 km	1,30 < 1,33	4,08 > 1,48
1,5–2,5 km	1,02 < 1,43	2,13 > 1,55
2,5–20 km	1,84 > 1,43	1,07 < 1,43
20–31 km	1,37 < 1,64	1,09 < 1,64

I plan antas hypotesen om olika varians för två intervall och i höjd för tre. Det första intervallet innehåller varianserna för de kortaste avstånden mellan bas och rover. Detta är det enda intervall för vilket hypotesen kan antas både i plan och höjd. Med undantag för intervallet 2,5–20 kilometer (i plan), antas mothypotesen om lika varians vid avstånd över 1 kilometer mellan bas och rover. I höjd antas varianserna vara lika först vid de långa avstånden mellan bas och rover, det vill säga intervallet 2,5–20 kilometer.

### 6.3.3 Generell noggrannhet

Förutom hypotesprövningen studeras den generella noggrannheten teknikerna emellan. Medelvärdena av absolutbeloppen av mätfelen i varje punktgrupp för nätverks-RTK lades in i ett diagram över plan och ett för höjd (se figur 29).



Figur 29: Punktskattade regressionslinjer över punktgruppernas medelfel. Den vänstra bilden visar felen i plan ( $y = 2 \cdot 10^{-7}x + 0,010$ ) och den högra bilden höjdfelen ( $y = 3 \cdot 10^{-7}x + 0,015$ ).

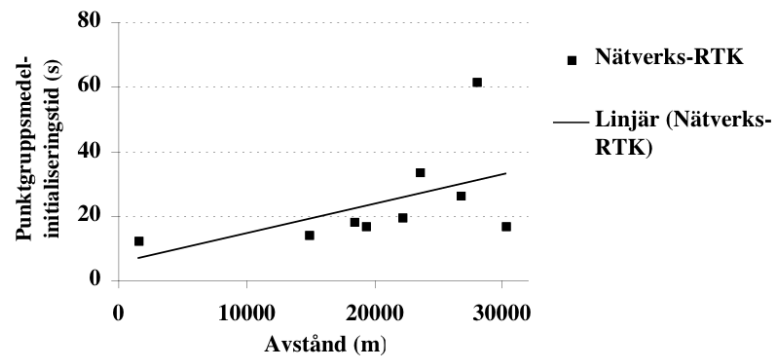
Eftersom traditionell RTK inte antas vara avståndsberoende så länge avståndet mellan bas och rover inte överstiger 2,5 kilometer, har ett medelvärde för absolutbeloppen av mätfelen för samtliga traditionella mätningar räknats ut. Detta medelfel är lika stort i plan som i höjd — 0,013 meter. I höjdfallet innebär det att traditionell RTK (<2,5 km) ger ett noggrannare resultat oavsett var i nätverket mätningen görs. Enligt samma resonemang ger nätverks-RTK ett noggrannare resultat på avstånd där rovern befinner sig upp till 14 kilometer från närmsta fasta referensstation. Figur 29 visar också att felen är mycket mer spridda i höjd än i plan.

### 6.3.4 Initialiseringstider

Vid produktionsmätning är tiden en viktig aspekt. Initialiseringen tar oftast längre tid än själva mätningen.

#### *Nätverks-RTK*

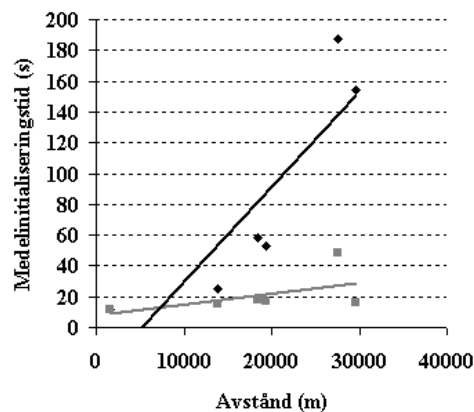
För att kunna studera om nätverks-RTK är beroende på avståndet till närmsta fasta referensstation skapas ett diagram (se figur 30). Initialiseringstiderna tycks öka med avståndet till närmsta fasta referensstation.



Figur 30: En punktskattad, linjär regressionslinje för medelinitialiseringstiderna i varje punktgrupp. Linjen har ekvationen  $y = 0,0009x + 5,303$ .

#### Traditionell RTK jämfört med nätverks-RTK

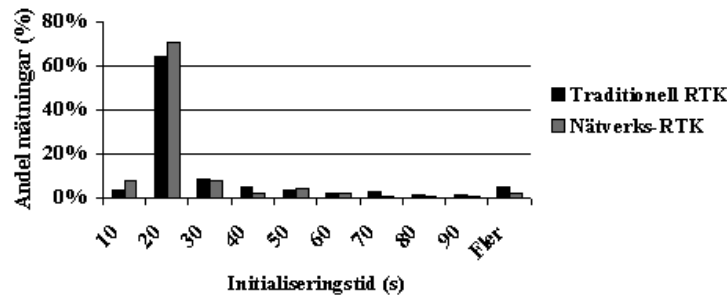
En intressant jämförelse mellan traditionell RTK med långt avstånd till basen och nätverks-RTK för samma punkt, är initialiseringstiderna. Figur 31 visar att den genomsnittliga initialiseringstiden ökar med avståndet till basen/den fasta referensstationen. För den traditionella RTK-tekniken är ökningen ca nio gånger större än för nätverks-RTK.



Figur 31: Enkel linjär regressionslinje för initialiseringstiderna med långa avstånd mellan bas och rover ( $y = 0,0062x - 32,328$ ) och för långa avstånd mellan närmsta fasta referensstation och rover ( $y = 0,0007x + 7,736$ ).

#### Generell jämförelse

Det är också intressant att studera de generella initialiseringstiderna för respektive mätteknik. Genom att studera hur stor andel av initialiseringstiderna som faller inom vissa tidsintervall (se figur 32), kan teknikerna jämföras. De flesta tiderna är under 30 sekunder oavsett mätteknik. Detta gäller under förutsättning att avståndet mellan bas och rover inte överstiger 2,5 kilometer för den traditionella tekniken. Initialisering med nätverks-RTK tycks vara något snabbare. Den traditionella

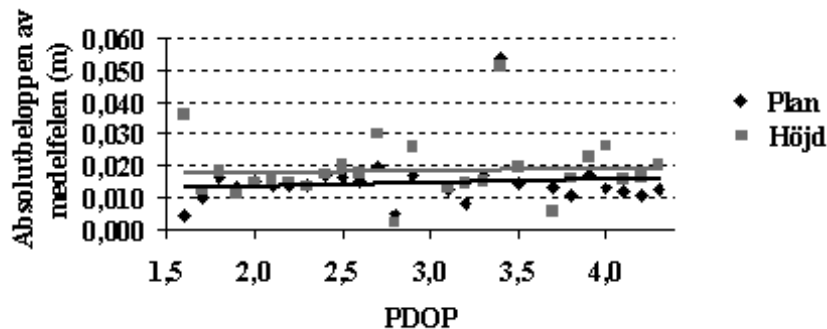


Figur 32: Skillnaderna i initialiseringstider. Samtliga mätningar ligger till grund för diagrammet.

RTK-tekniken är något överrepresenterad i intervallet fler än 90 sekunder. Detta tros bero radiolänkens instabilitet och på de värden som antecknades vid mätningar med Nyhamnsläges SWEPOS-station som bas (långa avstånd mellan bas och rover). Den genomsnittliga initialiseringstiden för nätverks-RTK är 24 sekunder och motsvarande tid för traditionell RTK är 31 sekunder.

### 6.3.5 PDOP

I avsnitt 2.4.3 beskrivs varför PDOP-värdena för en mätning är viktiga att betrakta. Under förutsättning att mätningar inte utförs då PDOP-värdena är för höga, bör de inte påverka mätresultaten nämnvärt.



Figur 33: Noggrannheten i mätvärdena i förhållande till PDOP-värdena. Linjerna är punkt-skattade (plan: $y = 0,0011x + 0,012$ , höjd: $y = 0,007x + 0,017$ ).

Enligt figur 33 påverkar inte PDOP-värdena mätfelets storlek nämnvärt mycket. Höjdvärdena är som väntat spridda eftersom satellitkonfigurationen är bättre för mätningar i plan än i höjd. I och med att ökande PDOP-värden inte påverkar mätresultaten i negativ riktning i denna studie är de mätvärden som registrerades vid högre PDOP-värden (maximalt 4,3) fullt jämförbara med de som registrerades vid lägre (minimalt 1,6).

## 7 Diskussion

Mätresultaten visar att felen i y-led är mindre än felen i x-led (se bilaga D) men eftersom mätningar brukar genomföras i plan och/eller höjd, och inte x eller y var för sig, fanns det ingen anledning att särskilja dessa mätningar. Mätfelet i plan räknades ut som längden på vektorn av mätfelet.

Nätverks-RTK visade sig inte vara så avståndsberoende som från början förutsattes. Hypotesen som ställts upp angående tekniken fick förkastas. För att lutningen skall ge utslag i ett 95 % konfidensintervall måste den vara relativt kraftig, eftersom spridningen är stor. Generellt sett tycktes dock den traditionella tekniken generera mindre mätfel än nätverks-RTK, när avståndet mellan bas och rover inte översteg 2,5 kilometer.

Enligt resultaten är den traditionella tekniken inte särskilt avståndsberoende vid längre avstånd än 2,5 kilometer mellan bas och rover trots att många andra studier visar motsatsen. Kanske beror detta resultat på att alltför få mätningar med långa avstånd genomförts. En anledning till att så få mätningar utförts är att initialiseringstiderna ofta uppgick till flera minuter.

Vid längre avstånd än 2,5 kilometer mellan bas och rover förväntas spridningen av felen bli större med traditionell RTK än med nätverks-RTK, vilket F-testet inte kan visa. Om däremot variansen hos nätverks-RTK antas vara konstant, visar F-testet att varianserna inte alltid är samma som för traditionell RTK. Detta antagande ger mer rättvisa åt teorin om att traditionell RTK ger bättre resultat än nätverks-RTK om avståndet mellan bas och rover inte överstiger 1 kilometer (2,5 km i höjd) men sämre vid längre avstånd.

Resultatet från F-testen är mycket beroende av hur många mätningar som utförts med varje metod. Antalet frihetsgrader räknas ut som antalet mätningar minus ett och påverkar vilket kvantilvärde som används. Detta får betydelse i och med att betydligt fler mätningar gjorts med traditionell RTK vid avstånd mindre än 2,5 kilometer mellan bas och rover, än motsvarande med nätverks-RTK i det första F-testet. Det motsatta förhållandet teknikerna emellan råder vid avstånd längre än 2,5 kilometer mellan rover och bas/närmsta fasta referensstation.

Initialiseringstiderna tycktes öka med avståndet till närmsta fasta referensstation för nätverks-RTK och med avståndet till basen för traditionell RTK. Resultaten visar att initialiseringstiderna ökar snabbare med avståndet för den traditionella tekniken än för nätverks-RTK. Detta kan bero på att nätverket som helhet får in fler gemensamma satelliter än en enda avlägsen eller dåligt placerad bas. Det finns många faktorer som påverkar en initialiseringstid. Exempel på sådana faktorer är (förutom avståndet) föremål som kan störa satellitvågorna och flervägsfel. Vid några punkter fanns träd i närheten som uppenbart förlängde initialiseringstiden i och med att mottagaren ömsom fick in åtta satelliter, ömsom sju. En trolig anledning till den stora spridningen av initialiseringstiderna vid traditionell RTK-mätning är att radiokontakten ibland från och till bröts vid mätning med radio. Nätverks-RTK har generellt sett kortare initialiseringstider.

Enligt SWEPOS är nätverket tänkt att fungera upp till tio kilometer utanför närmsta sammanbindande baslinje vilket verkar stämma. Varken initialiseringstider eller mätresultat från Ven utmärkte sig speciellt och den mätta punkten på Ven befinner sig 9,8 kilometer utanför närmsta sammanbindande baslinje (Löddeköpinge-Nyhamnsläge). En intressant studie skulle vara att undersöka hur långt utanför nätverksområdet mätningar kan utföras med godkänd noggrannhet.

PDOP-värdena i fältstudien påverkade inte mätresultaten. Detta kan bero på att inga mätningar utfördes med högre PDOP-värde än 4,3. Om mätningar utförs med högre PDOP-värden än gränsvärdet på 6,0, blir förmodligen mätresultaten sämre med ökat värde.

Det största mätfelet i studien är drygt en decimeter och är ett höjdfel. Det är väntat att de största felet återfinns bland höjdvärdena, dock inte att det skulle vara så stort. Programvaran i mottagaren var inställd på att lagra endast de mätvärden med maximalt fem centimeters fel. Hur stort felet beräknas bli är endast en uppskattning, eftersom programvaran inte känner till det riktiga koordinatvärdet. Ju fler mätningar som utförs, desto större chans finns att upptäcka och ta bort outliers och deras påverkan på mätningarna som helhet.

## 7.1 Allmän diskussion

Genom att kombinera totalstation och GPS kan mätningar göras utan tillgång till kända punkter. Ett exempel på detta är att punkter utanför en skog mäts in noggrant med GPS och sedan får ligga till grund för totalstationsmätningar i skogen, där satellittäckningen är dålig eller obefintlig. Metoden sparar tid, eftersom inget polygontåg behöver skapas fram till skogsbrynet. Även fel som kan uppkomma vid polygontåg försvinner. Färre polygonpunkter behövs, och därmed sänks underhållskostnaderna för polygonnäten.

GPS ger visserligen global täckning dygnet runt, men det kan vara svårt att få in tillräckligt många satelliter i ett så pass nordligt land som Sverige. När Rysslands planer för GLONASS-systemet realiseras och om Europas tidsplan för Galileo hålls, ökar satellittillgängligheten även längre norrut. Ur konkurrenssynvinkel är det också bra, att fler satellitsystem byggs upp. Om en konkurrent tillåter civila användare att göra mätningar med högre noggrannhet, så vill ju användarna hellre använda det systemet. Någon form av kryptering, för att bara låta militären ha tillgång till den noggrannaste tekniken, är nog emellertid en nödvändighet för att pengar skall satsas på utveckling av systemen. Militära ändamål brukar ju alltid ligga långt framme, vad gäller teknikutveckling. Detta är inte nödvändigtvis en nackdel för civila användare, eftersom i takt med att nya mätmetoder utvecklas för militär användning, blir även de civila tillgängliga mätmetoderna effektivare.

En stor fördel med ett globalt system är att samarbete mellan länder blir lättare, när positioner på ett enkelt sätt kan uttryckas i samma referenssystem. Det finns förstås tillfällen, då traditionell teknik (med till exempel totalstation) är betydligt bättre. Ett exempel på en sådan situation är, när millimeternoggrannhet krävs av en mätning. Ett annat exempel är mätningar i eller kring byggnader, där inga eller för få satelliter är tillgängliga. Det kan förstås också vara ett problem, om höga noggrannhetskrav ställs på höjdvärden. En lokal, noggrant beräknad geoidmodell ger en bättre grund för noggrann höjdmätning med GPS, men det är orimligt att skapa en geoidmodell för varje enskild punkt på jordytan. Dock gäller det att komma ihåg, att andra felkällor påverkar mätning med GPS i större utsträckning (se avsnitt 2.4.1) än en dåligt beräknad geoidmodell.

Relativ mätning på traditionellt vis ökar noggrannheten, jämfört med absolut mätning, men ställer större krav på utrustningen och mätningförfarandet. Det behövs minst två mottagare, som observerar samma satelliter, och om mätresultat skall presenteras i realtid, krävs någon slags förbindelse



mellan mottagarna. Om istället nätverks-RTK med VRS-modell används, bevaras noggrannheten, och det krävs inte lika mycket arbete från användarens sida. Endast en mottagare krävs, vilket sänker kostnaderna för utrustningen. Den tid det tar att ställa upp en egen bas försvinner samt risken för stöld och sabotage. En av nackdelarna är dock, att nätverks-RTK med VRS-modell är ett komplext system med begränsat antal användare. Det räcker till exempel, med att en kabel grävs av, för att hela systemet ska bli oanvändbart. Det är dyrt att bygga upp nätverk och hålla dem i drift. Denna kostnad är svår att fördela mellan användarna. Med traditionell RTK får användaren en större engångskostnad vid inköpet av utrustningen, medan användaren av nätverks-RTK betalar en mindre abonnemangsavgift kontinuerligt.



## 8 Slutsatser

Syftet är att jämföra avståndsberoendet i noggrannheten och initialiseringstiderna mellan traditionell RTK och nätverks-RTK, för att avgöra om nätverks-RTK kan ersätta traditionell RTK i hela nätverket. Slutsatserna som kan dras är att:

1. inget signifikant avståndsberoende kan påvisas för nätverks-RTK.
2. inget signifikant avståndsberoende kan påvisas för traditionell RTK för de avstånd mellan bas och rover som användes i denna studie (maximalt 31 km). På avstånd kortare mellan bas och rover (1 km i plan och 2,5 km i höjd) tycks spridningen av mätfelens storlek vara mindre för traditionell RTK än en antagen konstant spridning i RTK-nätverket. Vid längre avstånd mellan bas och rover (2,5–20 km) skiljer sig också de båda teknikernas spridning åt, men endast signifikant i plan. Mätfelens storlek har vid dessa längre avstånd större spridning än en antaget konstant varians i RTK-nätet.
3. initialiseringstiderna tycks vara något avståndsberoende i nätverks-RTK och mer avståndsberoende för traditionell RTK. De flesta initialiseringstiderna är kortare än 30 sekunder oavsett mätteknik.

För mycket exakta geodetiska tillämpningar bör traditionell RTK tillämpas, under förutsättning att avståndet mellan bas och rover inte överstiger 2,5 kilometer, eftersom mätfelen är något mindre till storleken än för nätverks-RTK. I de allra flesta fall är nätverks-RTK fullt tillräckligt och har dessutom kortare initialiseringstider än den traditionella RTK-tekniken.



# Källförteckning

- Blom G., 1989. Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar. Studentlitteratur.
- Blom G. och B. Holmquist, 1998. Statistikteori med tillämpningar. Studentlitteratur.
- Fan H., 2001. Theory of Errors and Least Squares Adjustment. Universitetservice US AB.
- Helsingborg, 2003. Skapat från Helsingborgs stads geodatabas, 2003-08-25.
- Hofmann-Wellenhof B., H. Lichtenegger och J. Collins, 2001. GPS – Theory and Practice. Springer.
- Johansson J. och P. Jarlemark, 2001. Simulations of Real-Time GNSS Carrier Phase-based Positioning, BB-Report 01-01.
- Jonsson, Bo, 2003. Lantmäteriet. Personlig kommunikation. 2003-10-23.
- JPO, 2003. Joint Program Office. <http://losangeles.af.mil/jpo/gpsoverview.htm>, 2003-08-22.
- Landau H., U. Vollath, och X. Chen, 2002. Virtual Reference Station System. Journal of Global Positioning System (tillgänglig på [http://www.trimble.com/vrs\\_tp.html](http://www.trimble.com/vrs_tp.html), 2003-08-26).
- Lantmäteriverket, 1996. Handbok till mätningsskuggörelsen — Geodesi, GPS. Lantmäteriverket.
- Lantmäteriverket, 2003a. <http://www.lm.se/geodesi>, 2003-06-13.
- Lantmäteriverket, 2003b. <http://www.lm.se/geodesi/refsys/sweref/sweref99.htm>, 2003-06-14.
- Lantmäteriverket, 2003c. <http://www.lm.se/geodesi/refsys/rt/rt90.htm>, 2003-06-14.
- Lantmäteriverket, 2003d. <http://www.lm.se/geodesi/refsys/rh/rh70.htm>, 2003-06-14.
- Lantmäteriverket, 2003e. <http://www.lantmateriet.se/cms/niva2index.asp?produktgrupp=4C>, 2003-09-04.
- Lilje, Mikael, 2003. Lantmäteriet. Personlig kommunikation. 2003-09-03.
- Nilsson, Andreas, 2003. Lantmäteriet. Personlig kommunikation. 2003-08-04.
- Ollvik L. (red.), 2001. referensstationsnät I Skåne för nätverks-RTK (Förhandskopia). SKAN-RTK.
- SWEPOS, 2003a. [http://swepos.lmv.lm.se/index\\_swep.htm](http://swepos.lmv.lm.se/index_swep.htm), 2003-08-21.
- SWEPOS, 2003b. <http://swepos.lmv.lm.se>, 2003-08-26.
- SWEPOS, 2003c. <http://swepos.lmv.lm.se/skanrtk2.htm>, 2003-08-26.

SWEPOS, 2003d. [http://swepos.lmv.lm.se/index\\_utb.htm](http://swepos.lmv.lm.se/index_utb.htm), 2003-09-11.

Talbot N., G. Lu, T. Allison och U. Vollath, 2002. Broadcast Network RTK — Transmission Standards and Results. ION GPS. (Tillgänglig på [http://www.trimble.com/vrs\\_tp.html](http://www.trimble.com/vrs_tp.html), 2003-08-26.)

Teunissen P.J.G., A. och Kleusberg (Eds.), 1998, GPS for Geodesi, Springer.

Trimble, 2003. <http://www.trimble.com/acu.html>, 2003-08-19.

Wiklund Peter, 2003. Lantmäteriet. Personlig kommunikation. 2003-09-01.

# Bilagor

A Mätprotokoll

B Punktmedelfel

C Antalet mätningar per punkt och punktgrupp

D Frekvenshistogram

E Medelvärdena för absolutbeloppen av medelfelen i varje punktgrupp — korta avstånd mellan bas och rover

E.1 Plan

E.2 Höjd

F Medelvärdena för absolutbeloppen av medelfelen — Nyhamnsläges SWEPOS-station som bas

F.1 Plan

F.2 Höjd

G Ordlista





## A Mätprotokoll

## Mätprotokoll

Operatör	Fäldator	Min.elev.vinkel	Punktgrupp	Datum och tid	Väder
Malin & Stina	5800	13 °	Laröd	8/7 kl. 9.50	Halvklart

<b>Bas</b>				
GSM/Radio	Punktnum mer	GPS-mottagare	Antennhöjd	Fäldator och profil
Radio	9800	4800	1,708	Basradio

a = RTK (radio / GSM)

b = Nätverks-RTK

c = Nyhamnsläge

**Punktnummer:** 3736**Antennhöjd:** 1,992**Tid:** 10.05

	Init. tid	Antal satelliter	PDOP-värde	Anmärkning
mät.n.1a	40 s.	6	2,3	
mät.n.1b	48 s.	6	2,2	
mät.n.1c	178 s.	6	2,1	
mät.n.2a	66 s.	5	2,2	
mät.n.2b	47 s.	5	2,2	
mät.n.2c	202 s.	5	3,0	10.45: 4 satelliter
mät.n.3a	66 s.	5	3,5	10.55: 5 satelliter
mät.n.3b	53 s.	6	2,0	
mät.n.3c	270 s.	6	2,2	
mät.n.4a	24 s.	6	2,2	
mät.n.4b	18 s.	6	2,2	Lunchpaus 11.20-11.50
mät.n.4c	45 s.	6	2,3	
mät.n.5a	65 s.	5	2,9	
mät.n.5b	10 s.	6	2,4	
mät.n.5c	89 s.	6	2,5	
mät.n.6a	35 s.	6	2,5	
mät.n.6b	11 s.	6	2,6	
mät.n.6c	18 s.	6	2,6	
Mät.n.7a	33 s.	7	2,1	
mät.n.7b	14 s.	7	2,2	
mät.n.7c	17 s.	7	2,2	
Mät.n.8a	36 s.	7	2,2	
mät.n.8b	12s.	7	2,2	
mät.n.8c	26 s.	7	2,2	
mät.n.9a	45 s.	7	2,2	
mät.n.9b	11 s.	7	2,2	
mät.n.9c	11 s.	7	2,1	
mät.n.10a	60 s.	7	2,1	
mät.n.10b	10 s.	7	2,0	
mät.n.10c	46 s.	7	2,0	



## B Punktmedelfel

Tabell 5: Tabellen visar medelvärdena av mätfelen för samtliga mätningar över respektive punkt. Enheten för mätfelen är meter.

<b>Punktnr.</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Plan</b>	<b>Höjd</b>
3786	0,009	-0,007	0,011	-0,006
3710	0,005	-0,004	0,007	-0,014
3716	0,001	-0,009	0,009	-0,006
2887	0,008	0,001	0,008	-0,020
3919	0,002	0,003	0,004	-0,020
7317990	-0,004	-0,002	0,004	-0,014
3789	-0,001	-0,007	0,007	-0,028
3795	-0,003	0,002	0,004	-0,014
3803	0,010	0,012	0,016	-0,017
3332	-0,006	0,002	0,007	-0,018
3334	-0,008	-0,003	0,009	-0,007
3335	-0,005	-0,001	0,005	-0,005
3736	-0,015	-0,004	0,016	-0,003
3724	-0,010	0,000	0,010	0,001
2771	-0,009	-0,001	0,009	0,009
3823	0,007	-0,003	0,008	0,005
3723	-0,010	-0,005	0,012	-0,012
2160	0,000	-0,001	0,001	-0,007
3905	-0,005	-0,002	0,006	-0,005
9471	-0,007	0,000	0,007	0,008
3372	-0,005	-0,003	0,006	0,009
3340	0,002	-0,019	0,019	0,030
<b>Medelv.</b>	<b>-0,002</b>	<b>-0,002</b>	<b>0,008</b>	<b>-0,006</b>

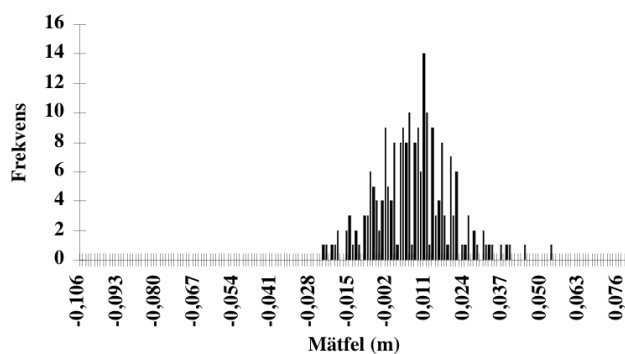


## C Antal mätningar per teknik och punktgrupp

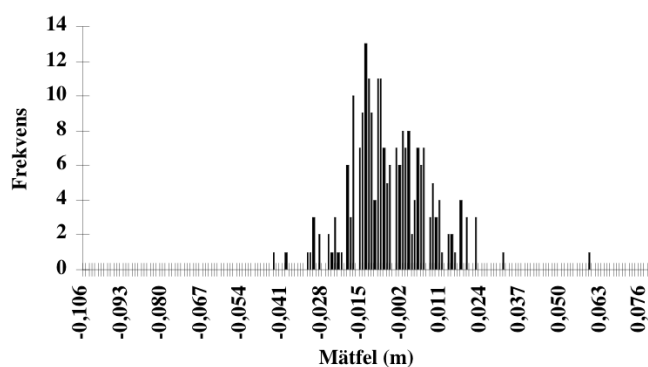
Punktgrupp	Trad. RTK <2,5 km	Nätverks-RTK	Trad. RTK (Nyhamnsl.)	Summa
Åstorp	22	21	10	53
Ven	10	10	0	20
Laröd	30	30	30	90
Bårslöv	37	37	6	80
Glumslöv	20	20	0	40
Kattarp	30	30	29	89
Kågeröd	30	30	0	60
Utvälinge	36	36	2	74
Höganäs	0	10	10	20
Summa	215	224	87	526



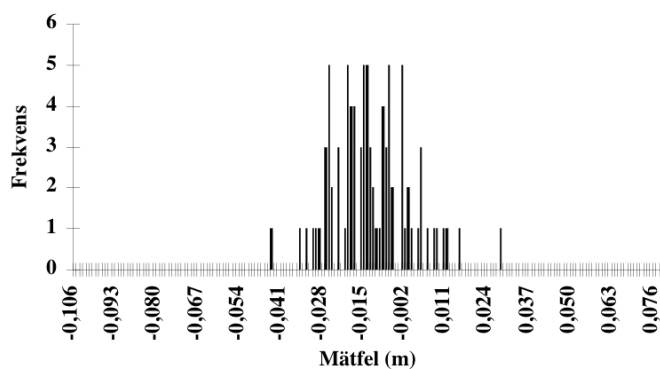
## D Frekvenshistogram



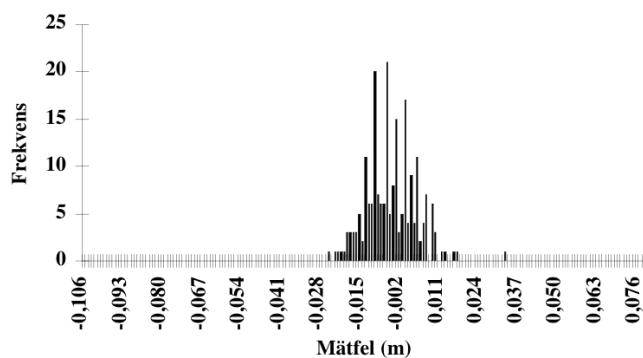
Figur 34: Frekvenshistogram över mätfelen i x-led med traditionell RTK, där avståndet mellan bas och rover inte överstiger 2,5 kilometer.



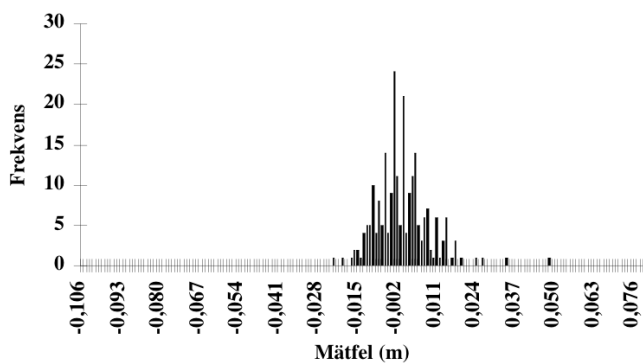
Figur 35: Frekvenshistogram över mätfelen i x-led med nätverks-RTK.



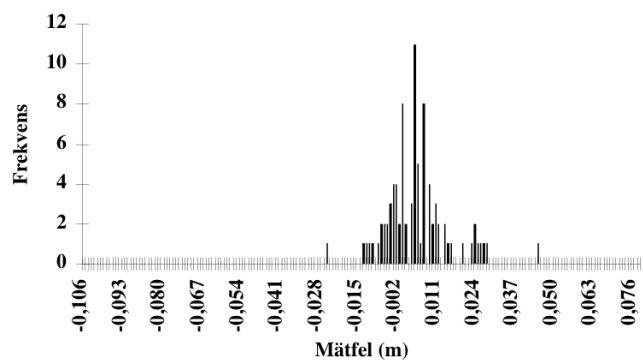
Figur 36: Frekvenshistogram över mätfelen i x-led med traditionell RTK, där avståndet mellan bas och rover överstiger 2,5 kilometer.



Figur 37: Frekvenshistogram över mätfelen i y-led med traditionell RTK, där avståndet mellan bas och rover inte överstiger 2,5 kilometer.

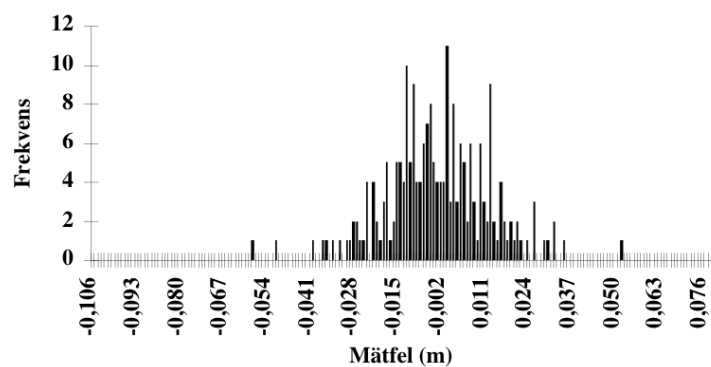


Figur 38: Frekvenshistogram över mätfelen i y-led med nätverks-RTK.

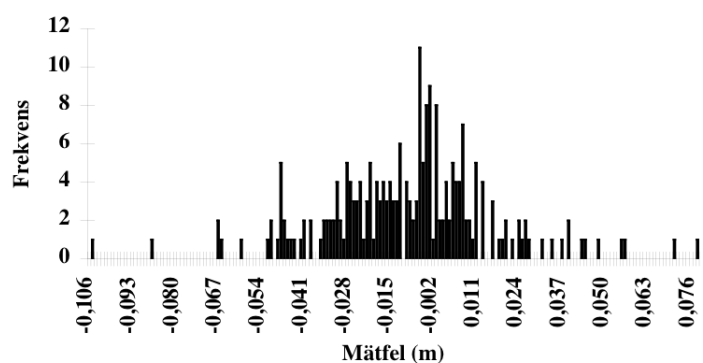


Figur 39: Frekvenshistogram över mätfelen i y-led med traditionell RTK, där avståndet mellan bas och rover överstiger 2,5 kilometer.

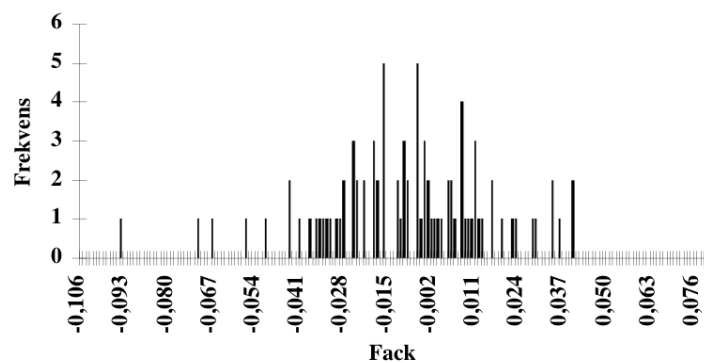




Figur 40: Frekvenshistogram över mätfelen i höjddled med traditionell RTK, där avståndet mellan bas och rover inte överstiger 2,5 kilometer.



Figur 41: Frekvenshistogram över mätfelen i höjddled med nätverks-RTK.



Figur 42: Frekvenshistogram över mätfelen i höjddled med traditionell RTK, där avståndet mellan bas och rover överstiger 2,5 kilometer.



## E Medelvärdena för absolutbeloppen av medelfelen i varje punktgrupp — korta avstånd mellan bas och rover

### E.1 Plan

Avstånd (m)	Trad. RTK Absolutfel (m)	Nätv.-RTK Absolutfel (m)	
1554	0,008	0,008	
14956	0,014	0,014	
18435	0,008	0,015	
19320	0,027	0,019	
22218	0,010	0,011	
23591	0,010	0,016	
26794	0,011	0,015	
28071	0,014	0,021	
30260	0,018	0,010	
<b>20578</b>	<b>0,013</b>	<b>0,014</b>	=medelv.

$$I_{\beta} = (\beta^* - \lambda_{p/2}D, \beta^* + \lambda_{p/2}D)$$

$$D = \hat{\sigma} \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{k=1}^n e_k^2}$$

$$\beta^* = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Nätv.-RTK Standardavv.,  $\sigma = 0,005$

$\lambda_{p/2} = 1,96$

n = 9

Nätv.-RTK  $D_{\beta} = 0,000000203$

Nätv.-RTK  $\beta^* = 0,000000200$

Nätv.-RTK  $I_{\beta} = [-1,97 \cdot 10^{-7}, 5,97 \cdot 10^{-7}]$

## E.2 Höjd

Avstånd (m)	Trad. RTK Absolutfel (m)	Nätv.-RTK Absolutfel (m)	
1554	0,016	0,014	
14956	0,010	0,017	
18435	0,007	0,011	
19320	0,015	0,032	
22218	0,018	0,023	
23591	0,011	0,026	
26794	0,015	0,026	
28071	0,015	0,028	
30260	0,012	0,012	
<b>20578</b>	<b>0,013</b>	<b>0,021</b>	=medelv.

$$I_{\beta} = (\beta^* - \lambda_{p/2}D, \beta^* + \lambda_{p/2}D)$$

$$D = \hat{\sigma} \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{k=1}^n e_k^2}$$

$$\beta^* = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Nätv.-RTK Standardavv.,  $\sigma = 0,007$

$\lambda_{p/2} = 1,96$

$n = 9$

Nätv.-RTK  $D_{\beta} = 0,000000302$

Nätv.-RTK  $\beta^* = 0,000000297$

Nätv.-RTK  $I_{\beta} = [-2,96 \cdot 10^{-7}, 8,89 \cdot 10^{-7}]$

## F Medevärdena för absolutbeloppen av medelfelen — Nyhamnsläges SWEPOS-station som bas

### F.1 Plan

Avstånd (m)	Trad. RTK Absolutfel (m)	Nätv.-RTK Absolutfel (m)	
1554	0,008	0,008	
29531	0,019	0,012	
19320	0,022	0,019	
18435	0,021	0,015	
13879	0,017	0,014	
27601	0,018	0,021	
<b>18387</b>	<b>0,017</b>	<b>0,015</b>	=medelv.

$$I_{\beta} = (\beta^* - \lambda_{p/2}D, \beta^* + \lambda_{p/2}D)$$

$$D = \hat{\sigma} \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{k=1}^n e_k^2}$$

$$\beta^* = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Trad. RTK Standardavv.,  $\sigma = 0,007$

Nätv.-RTK Standardavv.,  $\sigma = 0,006$

$\lambda_{p/2} = 1,96$

n= 6

Trad. RTK  $D_{\beta} = 0,000000324$

Nätv.-RTK  $D_{\beta} = 0,000000280$

Trad. RTK  $\beta^* = 0,000000367$

Nätv.-RTK  $\beta^* = 0,000000277$

Trad. RTK  $I_{\beta} = [-2,69 \cdot 10^{-7}, 1,00 \cdot 10^{-6}]$

Nätv.-RTK  $I_{\beta} = [-2,72 \cdot 10^{-7}, 8,26 \cdot 10^{-7}]$

## F.2 Höjd

Avstånd (m)	Trad. RTK Absolutfel (m)	Nätv.-RTK Absolutfel (m)	
1554	0,014	0,016	
29531	0,013	0,012	
19320	0,032	0,032	
18435	0,013	0,011	
13879	0,011	0,017	
27601	0,017	0,017	
<b>18387</b>	<b>0,017</b>	<b>0,015</b>	=medelv.

$$I_{\beta} = (\beta^* - \lambda_{p/2}D, \beta^* + \lambda_{p/2}D)$$

$$D = \hat{\sigma} \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{k=1}^n e_k^2}$$

$$\beta^* = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Trad. RTK Standardavv.,  $\sigma = 0,007$

Nätv.-RTK Standardavv.,  $\sigma = 0,008$

$\lambda_{p/2} = 1,96$

n= 6

Trad. RTK  $D_{\beta} = 0,000000327$

Nätv.-RTK  $D_{\beta} = 0,000000338$

Trad. RTK  $\beta^* = 0,000000107$

Nätv.-RTK  $\beta^* = 0,000000033$

Trad. RTK  $I_{\beta} = [-5,33 \cdot 10^{-7}, 7,45 \cdot 10^{-7}]$

Nätv.-RTK  $I_{\beta} = [-6,96 \cdot 10^{-7}, 6,30 \cdot 10^{-7}]$

## G Ordlista

Bandata	Data för beräkning av positioner för ett rymdobjekt som en funktion av tiden. (SIS)
Bas	Stationär GPS-mottagare placerad över en känd punkt. Basen skickar observationer till rovern.
Bärvägsmätning	En mätteknik som använder sig av satelliternas utsända bärvågor för att beräkna avståndet mellan satellit och mottagare. Avståndet blir antalet hela våglängder plus en del av en våglängd.
DGPS	Differentiell GPS. Relativ GPS-mätning. Vanligen underförstås relativ kodmätning. Noggrannhet: 0,3–5 m. För att få högsta noggrannhet krävs bärvägsunderstödd kodmätning med noggrann upplösning på koden.
DOP	Dilution Of Precision är det geometriska bidraget till osäkerheten i en positionsbestämning (SIS). Vanligast är PDOP och GDOP, Position respektive Geometric DOP.
Däcksel	Har funktionen att skydda polygonpunkter från åverkan. Locket är oftast prytt med en triangel.
Epok	I GPS-sammanhang avses tidpunkt för mätning eller observation. (SIS)
Fascentrum	Mottagarantennens elektriska centrum är den punkt som positionsbestäms. Denna punkts läge kan variera något med intensitet och riktning hos de inkommande signalerna. (SIS)
Fix-lösning	En lösning där antalet våglängder har fixerats till heltal. (SIS)
Flervägsfel	Fel beroende på interferens mellan radiovågor som färdats mellan sändaren och mottagaren på olika vägar. (SIS)
Geoiden	Ekvipotentialyta (nivåyta) i tyngdkraftsfältet, som bl.a. innehåller oceanernas medelnivå. Geoiden avviker från en global rotationsellipsoid med upp till 100 m på grund av inhomogen massfördelning i jorden.
GLONASS	Ett satellitbaserat positionsbestämningssystem som är uppbyggt av Sovjetunionens försvarsmakt som motsvarighet till GPS. (SIS)
Jonosfär	Jordens jonosfär ligger mellan 50–1000 km över jordytan. (SIS)
Initialisering	Lösning av periodobekanta.
Kodmätning	En mätteknik som beräknar avståndet mellan satellit och mottagare, pseudoavståndet, genom att jämföra förskjutningen mellan en mottagargenererad kod och den kod som sänds ut av satelliten.
MK-metoden	Minsta kvadratmetoden används för att beräkna det värde som innebär att kvadraten för avvikelserna från observationerna blir så liten som möjligt.
Mätfel	I denna studie avser mätfel mätningens avvikelse från det kända koordinatvärdet för punkten.
On the Fly	On the Fly Ambiguity Resolution (OTF) = ”flygande bestämning av periodobekanta”. Kinematisk initialisering.
Periodobekanta	Okänt antal hela våglängder mellan satellit och mottagare vid början av bärvägsmätningens. (SIS)

---

*BILAGA G: ORDLISTA*

---

Polygonpunkter	Bestäms genom mätning av längder och vinklar. Polygonpunkter som utgör en serie punkter utefter en bruten linje bildar ett polygontåg. Polygonpunkt gemensam för flera polygontåg kallas knutpunkt. Med varandra förbundna polygontåg utgör tillsammans ett polygonnät.
PRN	Pseudo Random Noise är den grundsignal på vilken information om t.ex. satellitbanan läggs. PRN sänds ut av satelliten.
Pseudoavstånd	Värde för avstånd som beräknas ur tidsskillnaden mellan tidpunkten för utsändning (i satellittid) och tidpunkten för mottagning (i mottagartid) av en satellitsignal.
Referensellipsoid	I stort har jorden formen av ett klot som är avplattat vid polerna. Som en approximation av geoiden används en rotationsellipsoid, d.v.s. en yta som uppkommer då en ellips får rotera kring sin lillaxel. Referensellipsoiden kan beskrivas av matematiska formler.
Refraktion	Benämning på den avvikning från den räta linjen som (ljus) strålar undergå, då de i sned vinkel passera gränssytan mellan två medier. (Svenska akademiens ordbok)
Relativ mätning	Samtidig mätning på minst två stationer vid vilken koordinatdifferenserna mellan de olika stationernas positioner kan bestämmas. (SIS)
RTK	Real Time Kinematic. Kinematisk relativ bärvågsmätning i realtid. Radio- eller GSM-kommunikation från referensen (bas) till den rörliga enheten (rover) behövs för att sända bärvågsobservationer.
RTCM	Radio Technical Commission for Marine Services. Format för överföring av korrektionsmeddelande i realtid från referensstation till GPS-användare vid relativ mätning. (SIS)
SLR	Satellite Laser Ranging. Innebär att avstånden från ett antal observationsstationer till en reflektorförsedd satellit mäts med hjälp av laserpulser med hög intensitet.
Statisk mätning	Underförstått statisk relativ bärvågsmätning. Stillastående mätning under längre tid (20 min. till flera dygn). Noggrannhet: 5–20 mm. Baslinjer mätta på detta sätt bestäms vanligen genom efterbearbetning.
Stjärntimmar	En tjugofjärdedel av den tid som förflyter mellan två successiva övre kulminationer för en stjärna (Svenska akademiens ordbok). Om soltimmar utgår ifrån solens vinkel mot Greenwich när solen rör sig kring ekvatorn, så utgår stjärntimmar från en rörelse kring vårdagjänningslinjen. En stjärntimme är något kortare än en soltimme.
SWEPOS	Ett svenskt, nationellt nät av fasta referenspunkter för GPS.
Triangulering	Vanligen mätning i trianglar men nätet kan även ha annan konfiguration. Ursprungligen mättes enbart vinklar men på senare tid utfördes triangelmätning som en kombination av vinkel- och längdmätning.
Troposfär	Atomsfärens lägsta del. Ligger mellan 10–20 km över jordytan. (SIS)
Utjämning	Beräkningsmetod för att systematiskt fördela vid överbestämning uppkomna motsägelser.



*BILAGA G: ORDLISTA*

---

WADGPS	Wide Area Differential GPS. Kinematisk relativ kodmätning i realtid. Nätverk av referensstationer som samverkar och via en huvudcentral sänder ut kodkorrektioner.
VLBI	Very Long Baseline Interferometry är en teknik som mäter avståndet mellan speciella VLBI-teleskop med noggrannhet på under centimeternivå. Mäter mot celesta objekt.
VRS	Virtual Reference Station. En virtuell bas som skapas vid mätning i nätverk.
Överbestämning	Antal mätningar av storhet utöver det minsta antal, som erfordras för entydig bestämning av den sökta storheten. Till exempel för ett linjärt ekvationssystem innebär detta fler ekvationer än antalet obekanta.

## Rapporter i geodesi och geografiska informationssystem från Lantmäteriverket

- 1999:2 Andreasson Thor-Björn, Engman Linda: Multipath at the SWEPOS stations  
Evaluation of eccosorb, a microwave absorbing material.
- 1999:3 Lilje Mikael: Geodesy and Surveying in the future.
- 1999:4 Jonsson, Bo: Civil Service Interface Committee International Information  
Subcommittee 7 th European Meeting.
- 1999:12 Jonsson. Bo: Proceedeings of the 13th general meeting of the nordic geodetic  
commission.
- 2000:2 Engfeldt Andreas, Jivall Lotti: Kort introduktion till GNSS.
- 2000:3 Christina Kempe: Metodstudie för inmätning av skogsbilvägar.
- 2000:4 Niklas Svanholm: Jämförelse av olika metoder att föra över kartdetaljer till ett  
nytt koordinatsystem.
- 2000:5 RefStrat – Strategier för referenssystem och referensnät.
- 2001:1 Engberg, Lars: Geodesi 2000 - svensk geodesiverksamhet under kommande  
tioårsperiod.
- 2001:6 Jivall, Lotti: SWEREF 99 – New ETRS 89 Coordinates in Sweden, Analysis  
Report.
- 2001:7 Jivall, Lidberg, Lilje, Reit: Transformationssamband mellan SWEREF 99 och  
RT90/RH 70.
- 2001:10 Rönnberg Andreas: Undersökning av tjänster för differentiell GPS.
- 2002:1 Wiklund Peter (sammanställt rapporten): Slutrapport för projekt Position  
Stockholm-Mälaren 1.
- 2002:2 Wahlund Sara: Production measurements with Network RTK tests and analy-  
sis.
- 2002:5 Alfredsson Anders: Studier av deformationer vid byte av koordinatsystem.
- 2002:7 Persson Jan, Brynte Stefan: Kompabilitet för Nätverks-RTK-programvaran  
Trimble GPSNet med olika typer av rörliga mottagare.
- 2003: 4 Engfeldt Andreas, Norin Dan: The 2002 NKG GNSMART/ GPSNet Test Cam-  
paign.
- 2003:10 Engfeldt Andreas, Jivall Lotti: Så fungerar GNSS.

L A N T M Ä T E R I E T



Blankettförrådet 801 82 GÄVLE Tfn 026 - 63 30 00 Fax 026 - 68 75 94  
Internet: [www.lantmateriet.se](http://www.lantmateriet.se)